



## **Control de la dependencia en la temperatura de la ganancia de los detectores de silicio de radiación (SiPM) mediante la tensión de polarización**

***Control of the temperature dependence of the gain of Silicon radiation detectors (SiPM) by means of the bias voltage***

**Autora:** Karina Asmar

**Correo:** asmar.karina@gmail.com

**Director:** José Manuel Udías

**Correo:** jose@nuc2.fis.ucm.es

**Co-director:** Esteban Picado

**Correo:** picado.esteban@gmail.com

Junio 2012

**Palabras clave:** SiPM, fotomultiplicador, centellador, espectrometría, compensación, ganancia, saturación, gamma, temperatura, ajuste

**Key words:** *SiPM, photomultiplier, scintillator, spectrometry, compensation, gain, saturation, gamma, temperatura, fit*

### **Índice de capítulos:**

1. Motivación y objetivos
2. Principios de detección de radiación
3. Equipo y Montaje Experimental
4. Resultados SiPM SensL
5. Resultados SiPM Hamamatsu
6. Conclusiones
7. Bibliografía
8. Anexo

**Resumen**

En este trabajo fin de máster se ha desarrollado un método de compensación para la variación con la temperatura de la ganancia de los detectores de silicio de radiación (SiPM) mediante el voltaje de polarización. En particular se caracterizaron los SiPM de las compañías SensL y Hamamatsu. Para ello se ha utilizado un equipo experimental adecuado para mantener un ambiente de temperatura y voltaje estable. Primero se estudió la variación con la temperatura y el voltaje de la ganancia de cada detector por separado. Luego se procedió a desarrollar una ecuación de voltaje como función de temperatura para la obtención de un espectro óptimo basado en los resultados obtenidos. Finalmente se realizaron mediciones para comprobar el funcionamiento del método. Adicionalmente se ha estudiado la linealidad del SiPM Hamamatsu. El objetivo principal es compensar los cambios en temperatura con el voltaje de polarización para mantener la ganancia de los detectores fija. Con esto y el estudio de la saturación del SiPM Hamamatsu se podrá contribuir a las caracterizaciones de ambos detectores que son temas de varias publicaciones.

**Abstract**

In this master's thesis, a method has been developed for the compensation of the temperature dependence of the gain of silicon radiation detectors (SiPM) by means of the bias voltage. SiPM's developed by the following manufacturers have been characterized: SensL and Hamamatsu. For this purpose we have used an adequate experimental set-up for stabilizing both temperature and bias voltage. After studying separately each detector's gain dependence with both temperature and voltage, an equation of voltage as a function of temperature was developed based on the acquired results, in order to obtain an optimum spectrum. As a final step, measurements were performed to test the method. Additionally we have studied the linearity of the SiPM Hamamatsu. The main purpose is to compensate temperature variation with the bias voltage in order to maintain a constant gain for each detector. This method as well as the study of the saturation of the SiPM Hamamatsu will be able to contribute to the characterizations of both detectors, which are subjects of several publications.

# Índice

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. Motivación y objetivos.....</b>                  | <b>5</b>  |
| <b>2. Principios de detección de radiación.....</b>    | <b>7</b>  |
| 2.1 Interacción de rayos gamma con la materia.....     | 7         |
| 2.1.1 Efecto fotoeléctrico.....                        | 7         |
| 2.1.2 Efecto Compton.....                              | 8         |
| 2.1.3 Producción de pares.....                         | 9         |
| 2.2 Espectroscopía gamma.....                          | 10        |
| 2.2.1 Cristales centelladores.....                     | 11        |
| 2.2.2 Tubos fotomultiplicadores.....                   | 12        |
| 2.3 Fotomultiplicadores de silicio (SiPM's).....       | 13        |
| 2.3.1 Principios de operación.....                     | 14        |
| 2.3.2 Linealidad (Efecto de saturación).....           | 17        |
| 2.4 Electrónica del sistema.....                       | 19        |
| 2.4.1 Procesamiento del pulso.....                     | 20        |
| 2.4.2 Características del pulso.....                   | 20        |
| 2.4.3 Electrónica para el procesamiento del pulso..... | 21        |
| 2.5 Parámetros del detector.....                       | 23        |
| <b>3. Equipo y montaje experimental.....</b>           | <b>26</b> |
| 3.1 Equipo utilizado.....                              | 26        |
| 3.1.1 Caja térmica.....                                | 28        |
| 3.1.2 Detector de radiación.....                       | 31        |
| 3.1.3 Fuentes radiactivas.....                         | 33        |
| 3.1.4 Electrónica de adquisición.....                  | 35        |
| 3.2 Montaje experimental.....                          | 36        |
| 3.3 Estudios realizados.....                           | 36        |
| 3.3.1 SensL.....                                       | 36        |
| 3.3.2 Hamamatsu.....                                   | 38        |

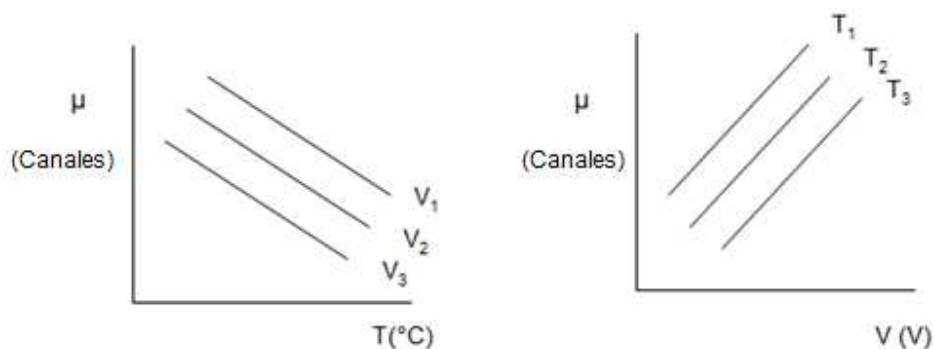
|   |           |
|---|-----------|
| <b>4. Resultados SiPM SensL.....</b>  | <b>38</b> |
| 4.1 Condiciones óptimas.....  | 38        |
| 4.2 Variación de la resolución con el voltaje a temperatura constante...39  |           |
| 4.3 Variación del centroide con el voltaje a temperatura constante.....     | 40        |
| 4.4 Variación de la resolución con la temperatura a voltaje constante... 42 |           |
| 4.5 Variación del centroide con la temperatura a voltaje constante.....     | 42        |
| 4.6 Compensación.....   | 44        |
| <b>5. Resultados SiPM Hamamatsu.....</b>                                    | <b>48</b> |
| 5.1 Condiciones óptimas.....  | 48        |
| 5.2 Variación de la resolución con el voltaje a temperatura constante....   | 49        |
| 5.3 Variación del centroide con el voltaje a temperatura constante.....     | 50        |
| 5.4 Variación de la resolución con la temperatura a voltaje constante..     | 51        |
| 5.5 Variación del centroide con la temperatura a voltaje constante.....     | 52        |
| 5.6 Compensación.....   | 53        |
| 5.7 Saturación.....   | 56        |
| <b>6. Conclusiones.....</b>   | <b>59</b> |
| <b>7. Bibliografía.....</b>   | <b>60</b> |
| <b>8. Anexo.....</b>  | <b>61</b> |

## Capítulo 1

### Motivación y objetivos

El SiPM (*Silicon Photomultiplier*) es un dispositivo de detección de radiación relativamente nuevo en el mercado, originado en Rusia (Ramili *et al*, 2012). Utilizado como alternativo al sistema de detección que consiste de un tubo fotomultiplicador adjunto a una base conectada a una electrónica de adquisición, ofrece ciertas ventajas sobre ello. Entre ellas se encuentra su tamaño compacto, inmunidad a campos magnéticos y electrónica sencilla. Estos factores, así como su alta eficiencia de detección de fotones, lo hace sumamente apto para aplicaciones médicas como lo son el PET y el MRI. Sin embargo, su dependencia de la ganancia con la temperatura es significativa y ha sido objeto de varios estudios (España *et al.*, Ramili, Kaplan) de caracterización, con el propósito de la definición de sus parámetros entre otros.

Este trabajo fin de máster se ha centrado en la caracterización del SiPM SensL (marca irlandesa) y el MPPC Hamamatsu (marca japonesa). Particularmente se ha estudiado la dependencia de la ganancia con la temperatura y el voltaje de polarización. El objetivo principal es establecer un sistema de compensación, donde se indemnizarán los cambios en temperatura con un voltaje calculado a base de los resultados obtenidos en el trabajo. Para llevar a cabo este trabajo, es necesario un montaje experimental que permita obtener datos a la mayor precisión posible de la variación del centroide de un pico de energía conocida con el voltaje y la temperatura. Se espera obtener resultados del siguiente tipo:



Donde  $\mu$  es el centroide de un pico conocido, medido en canales. Una vez concluido este primer paso, se procederá a realizar ajustes lineales (o de otro tipo de ser

necesario) de ambos gráficos para los dos detectores. Luego se desarrollará una curva de voltaje como función de temperatura con tal de obtener la relación entre ambos parámetros y las combinaciones necesarias para la obtención de un espectro óptimo. Finalmente se llevarán a cabo las mediciones necesarias para comprobar el funcionamiento de este proceso. Como estudio adicional además se estudiará la linealización del SiPM Hamamatsu. La presente memoria describe la teoría detrás de la práctica, el proceso de montaje experimental, y finalmente los resultados obtenidos.

## Capítulo 2

### Principios de detección de radiación

#### 2.1 Interacción de rayos gamma con la materia

Los rayos gamma interactúan con la materia principalmente por medio de tres procesos: *Efecto fotoeléctrico*, *Efecto Compton* y *Producción de pares*. En estos procesos los fotones interactúan con los electrones que se encuentran en el camino cuando atraviesan la materia, provocando una transferencia parcial o total de energía de rayos gamma a energía de electrones (KNOLL, 2000, p. 48). Una de las principales características de este tipo de radiación es que la energía de un haz de fotones no se ve degradada al atravesar material con cierto espesor, sino que disminuye su intensidad. Esto se debe al hecho de que los fotones del haz que no son absorbidos o dispersados retienen su energía original. Por lo tanto, es el número total de fotones (intensidad del haz) que reduce y no sus energías. (LEO, 1987, p. 50). La absorción total del material por tanto se puede aproximar por medio de la expresión de atenuación lineal:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x}$$

Donde  $x$  es el espesor del material  $\mu$  es el *coeficiente de atenuación* definido por la suma de los coeficientes individuales de cada uno de los procesos:

$$\mu = \tau(\text{Fotoeléctrico}) + \sigma(\text{Compton}) + \kappa(\text{Pares})$$

##### 2.1.1 Efecto fotoeléctrico

El efecto fotoeléctrico es el proceso por el cual un fotón incidente es absorbido por un átomo, que a su vez libera un fotoelectrón (ver **Figura 1.1**):

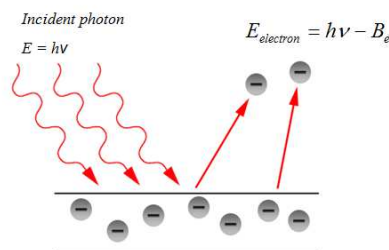


Figura 2.1 Ilustración del efecto fotoeléctrico.

La energía cinética del electrón liberado es la diferencia entre la energía del fotón incidente y la energía de ligadura del electrón:

$$E_{electron} = h\nu - B_e$$

Este proceso es significativo para fotones de bajas energías (~ 100 keV) (KRANE, 1988, p. 198). Ya que un electrón libre no puede absorber un fotón y conservar su momento, el efecto fotoeléctrico siempre ocurre sobre electrones ligados, de manera que el núcleo absorba el momento de retroceso. (LEO, 1987, p. 51). Dado que la mayor parte de la energía incidente del fotón es absorbida por el fotoelectrón (el resto es liberada en forma de rayos X que son reabsorbidos por efectos fotoeléctricos subsiguientes), la energía original del rayo gamma puede ser medida por detectores que detectan los electrones entrantes y sus energías cinéticas. (KNOLL, 2000,)

### 2.1.2 Efecto Compton

El efecto Compton es el proceso por el cual un fotón incidente es dispersado por un electrón, resultando en un fotón dispersado de menor energía y un electrón de retroceso, con energías dependientes de sus ángulos de dispersión.

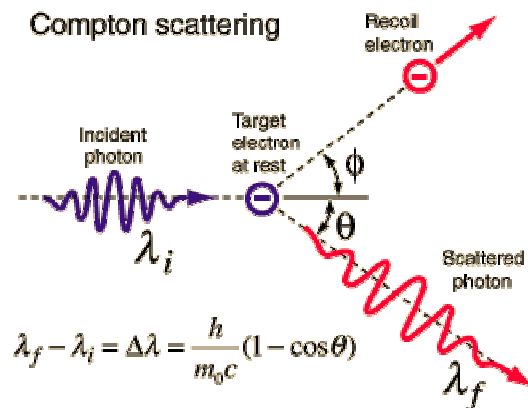


Figura 2.2. Ejemplo del efecto Compton.

La energía transferida por el rayo gamma incidente es dada por la conservación de momento:

$$E_{e^-} = E_\gamma - B_e - E_{\gamma'}$$

donde  $E_{\gamma'} = h\nu'$  es la energía del rayo gamma dispersado, descrita por la siguiente ecuación:



$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \left(\frac{h\nu}{m_0c^2}\right)(1 - \cos\theta)}$$

donde  $\theta$  es el ángulo de dispersión y  $m_0c^2$  la masa de reposo del electrón (0.511 keV) . Para el caso en el que  $\theta=\pi$ , el electrón será liberado con una energía máxima. (KNOLL, 2000,):

$$E_{\max,e^-} = E_e^- \Big|_{\theta=\pi} = h\nu \left( \frac{2h\nu/m_0c^2}{1 + 2h\nu/m_0c^2} \right)$$

La relevancia de las principales interacciones de rayos gamma con material puede ser representada gráficamente por medio de la relación del número atómico del agente absorbente frente a las energías de los rayos gamma incidentes, como muestra la Figura 2.3.

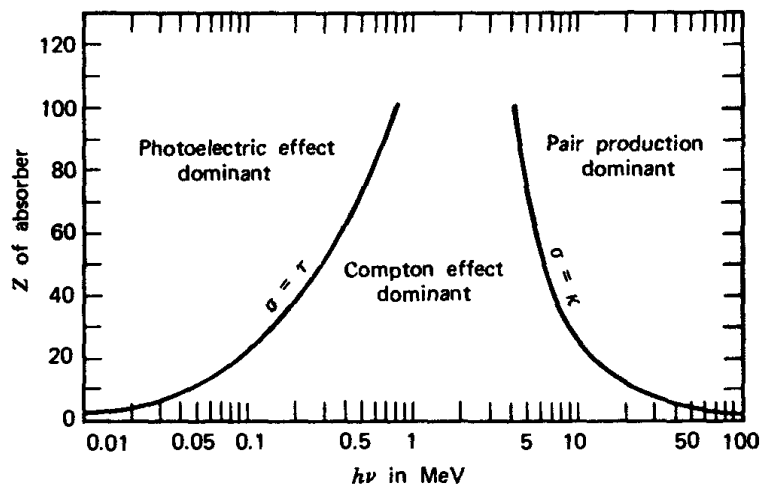
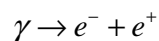


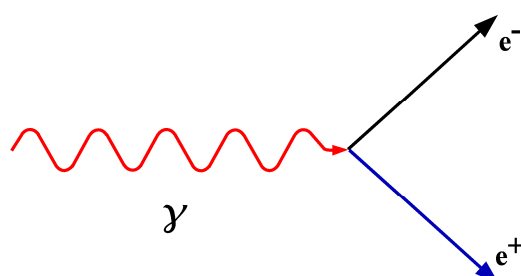
Figura 2.3. (KNOLL, 2000,)

Relacionado al efecto Compton está el *Efecto Rayleigh*, en el cual los fotones son dispersados por átomos como un todo. En este proceso, todos los electrones en el átomo contribuyen de manera coherente. Sólo cambia la dirección del fotón, por lo tanto los átomos no son excitados ni ionizados, razón por la cual no hay transferencia de energía al medio (o material). (LEO, 1987, p. 54).

### 2.1.3 Producción de pares

La producción de pares es el proceso por el cual un par electrón-positrón es producido al punto de desaparición de un fotón gamma incidente.





**Figura 2.4** Ilustración del proceso de producción de pares.

Para que este proceso se lleve a cabo el fotón incidente debe tener una energía mínima de 1022 MeV, por lo tanto es relevante solamente para fotones de altas energías (mayores de 5 MeV) (KRANE, 1988,, p. 201). La energética del proceso puede ser descrita por la siguiente formula:

$$E_{e^-} + E_{e^+} = h\nu - 2m_0c^2$$

Para conservar momento, es necesario que el proceso ocurra en el campo eléctrico intenso cerca de los protones, por lo tanto es imprescindible la presencia de un tercer agente, normalmente un núcleo. (KNOLL, 2000, p. 312) Si la energía del fotón incidente excede el valor de la energía umbral, la energía restante será la energía cinética del par electrón-positrón más la energía de retroceso del núcleo. Sin embargo, dado que este proceso se lleva a cabo en interacciones con núcleos pesados, esta energía de retroceso puede ser despreciada. El par producido continuará interactuando con otros núcleos y partículas, y el positrón eventualmente se aniquilará con un electrón, produciendo radiación gamma.

## 2.2 Espectroscopía gamma

La espectroscopía gamma es el proceso por el cual se mide el número y energías de los rayos gamma emitidos por una fuente radiactiva. Dado que la radiación electromagnética, como los rayos X o rayos gamma, no tiene carga y no produce ionización o excitación directa al atravesar material, un detector no tiene manera de identificarla directamente, sino que los detecta midiendo los efectos que ésta tiene en el material. Por esta razón, la energía absorbida de los rayos gamma debe ser transformada a una propiedad medible, sean fotones visibles o una señal eléctrica proporcional a las energías cinéticas de los electrones producidos mediante interacciones. La señal de salida es entonces analizada para determinar las propiedades del haz de rayos gamma. Un sistema de espectroscopía gamma por tanto consiste de un detector, equipo electrónico para la recaudación y procesamiento de la señal producida, y un ordenador para la visualización y almacenamiento del espectro resultante. Uno de

los detectores de rayos gamma más comunes consiste de cristales centelladores acoplados a tubos fotomultiplicadores y una base.

### 2.2.1 Cristales centelladores

Los cristales centelladores son materiales luminiscentes que al ser excitados por radiación ionizante absorben su energía y la reemiten en la forma de luz visible. La luz que emiten tiene un rango de energía desde ultravioleta al infrarrojo (100-800 nm). Un buen material centellador debe ser capaz de convertir la energía cinética de partículas cargadas a luz detectable con una alta eficiencia, de manera que el rendimiento de la luz es proporcional a la energía depositada en un rango amplio de energías. Además, el medio debe ser insensible a su propia longitud de onda para una recaudación de luz. Para que se generen pulsos de señales rápidas, el tiempo de desintegración de la luminiscencia inducida debe ser corta (KNOLL, 2000).

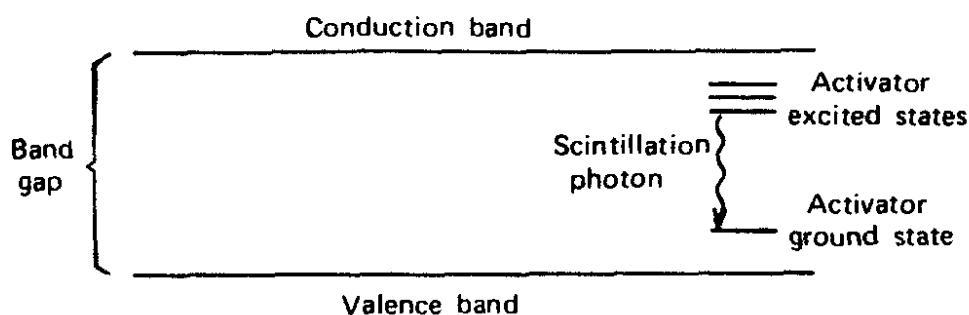


Figura 2.5. Estructura de la banda de energía de un cristal centellador cristalino activado. (KNOLL, 2000, p. 232).

Actualmente se utilizan dos tipos de materiales centelladores, orgánicos e inorgánicos. Los inorgánicos tienden a tener buena emisión de luz y linealidad (proporción del rendimiento de luz o número de fotones emitidos a energía depositada), pero son relativamente lentos en su tiempo de respuesta. Para espectroscopía gamma, su alto Z y densidad los hacen favorables (KNOLL, 2000). La siguiente tabla muestra algunos ejemplos básicos de las diferencias entre centelladores orgánicos e inorgánicos.

Tabla 2.1. (Kobayashi, 2003, p. 12-13)

| Característica         | Inorgánico   | Orgánico  |
|------------------------|--|---|
| Composición            | Cristal  | Cristal, líquido, plastic   |
| Daños                  | Transmisión  | Eficiencia  |
| Mecanismo de centelleo | Excitones atrapados en centros de luminiscencia se recombinan de manera radiactiva | Electrones- $\pi$ son atrapados en un anillo de benceno y se recombinan con huecos de manera radiactiva |
| Eficiencia             | Varía notablemente   | 0.02-0.04   |

|                                |                 |                        |
|--------------------------------|-----------------|------------------------|
| Dependencia con la temperatura | Alta            | Baja                   |
| Detección de rayos gamma       | Uno de los usos | Raras veces utilizados |

En este trabajo se utilizaron los cristales centelladores inorgánicos conocidos como LYSO y CsI:Tl. En la siguiente tabla se detallan algunas características.

**Tabla 2.2** (Saint-Gobain)

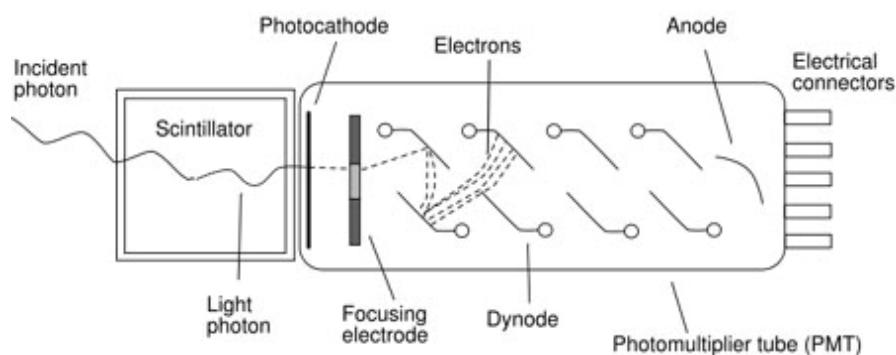
| Fórmula  | Densidad (g/m <sup>3</sup> ) | Longitud de onda de máxima emission $\lambda_m$ (nm) | Constante de desintegración (ns) | Rendimiento de luz (fotones/keV) | Índice de refracción |
|--|------------------------------|--|----------------------------------|----------------------------------|----------------------|
| Lu <sub>1,8</sub> Y <sub>0,2</sub> SiO <sub>5</sub> (Ce)<br>(LYSO) | 7.1                          | 420  | 41                               | 32                               | 1.81                 |
| CsI:Tl   | 4.51                         | 550  | 1000                             | 54                               | 1.79                 |

### 2.2.2 Tubos fotomultiplicadores

Los fotomultiplicadores son tubos de electrones utilizados mayormente para la detección de radiación. Su principio de operación consiste en la detección de una señal débil de luz proveniente de un pulso centellador, y su conversión a una señal eléctrica correspondiente. Generalmente son asociados con cristales centelladores. El tubo fotomultiplicador convierte señales de luz provenientes del cristal centellador, que consisten de unos cientos de fotones, en un pulso de corriente medible sin añadir ruido a la señal (KNOLL, 2000, p. 265). Consiste de un cátodo hecho de material fotosensitivo (fotocátodo), seguido por un sistema de colección de electrones, una sección multiplicadora de electrones (serie de dínodos) y finalmente un ánodo del cual se obtiene la señal. Al ser acoplado con un material centellador, (el centellador produce fotones en proporción a la energía depositada en él; estos fotones son detectados por el tubo fotomultiplicador y la corriente resultante será proporcional al número de fotones incidentes), un detector de radiación es producido, capaz de proveer información tanto de la presencia de la particular como de la energía que ha depositado en el centellador (LEO, 1987).

El primer paso llevado a cabo por el tubo fotomultiplicador es la conversión de los fotones de luz incidentes en electrones. Este proceso, conocido como fotoemisión, se lleva a cabo en el fotocátodo. Cuando los fotones incidentes llegan al material fotoemisivo, se emiten electrones debido al efecto fotoeléctrico. Estos electrones son dirigidos a la sección multiplicadora con energías iguales a la diferencia entre energía cuántica de cada fotón incidente ( $h\nu$ ) y la función de trabajo del fotocátodo. El sistema multiplicador de electrones amplifica la fotocorriente (inicialmente débil) por medio de

emisión secundaria de electrones. Consiste de una cadena de dínodos, cada uno con un potencial positivo mayor que el anterior. Los electrones que salen del cátodo son acelerados por el campo eléctrico, llegando al dínodo, produciendo electrones secundarios que son acelerados por el próximo dínodo. Se crea un efecto de cadena, donde cada cascada de electrones tiene energía mayor que la anterior. Este proceso genera una corriente eléctrica medible en el ánodo del tubo. La acumulación de carga de los electrones que llegan produce un pulso de corriente, indicando la llegada de un fotón en el fotocátodo. Este pulso es proporcional al número de fotones detectados que son a su vez proporcionales a la energía depositada en el centellador por radiación ionizante. El factor total de amplificación (o ganancia) es definida como el número total de electrones que llegan al ánodo por cada electrón producido en el fotocátodo. Para los tubos fotomultiplicadores, las ganancias generalmente rondan los valores de  $10^5$  a  $10^8$ . (KNOLL, 2000; LEO, 1987; España *et al.* 2009).



**Figura 2.6.** Representación de los procesos básicos en un detector compuesto de un tubo fotomultiplicador acoplado a un centellador. (<http://www.stanford.edu/group/scintillators/scintillators.html>)

El proceso general que toma lugar en el detector es el siguiente: el fotón incidente llega al cristal y es transformado en un fotón de luz visible. Este Nuevo fotón llega al fotocátodo, produciendo un fotoelectrón. El electrón emitido entra al sistema multiplicador. La cascada resultante de electrones genera una señal eléctrica proporcional al número total de fotoelectrones emitidos.

### 2.3 Fotomultiplicadores de Silicio (SiPM)

Como alternativo a los tubos fotomultiplicadores y su base se ha lanzado al mercado el SiPM (*Silicon Photomultiplier*). Originado en Rusia (Ramili *et al.*, 2012), el SiPM es una nueva tecnología de detección, particularmente de conteo de fotones (o fotodetector de estado sólido) que consiste de múltiples píxeles (microceldas que funcionan como fotodiodos) APD (fotodiodos de avalancha) operando en modo Geiger. Cada píxel APD emite una señal en forma de pulso cuando detecta un fotón. Esta señal es la suma total de las señales de cada píxel. Dicho artefacto ofrece el rendimiento necesario para el conteo de fotones, razón por la cual es utilizado en diferentes

aplicaciones para detectar señales débiles de luz al nivel de conteo de fotones. (Manual HAMAMATSU 2007 p. 1). Además de la matriz compuesta de celdas y sus respectivos píxeles, el SiPM cuenta con una base que se conecta a la electrónica de adquisición. Este artefacto de detección es capaz de detectar rayos gamma de energías del orden de eV. Acoplado a un cristal centellador su rango de detección incluye entonces el rango de energías de keV y MeV (ya que el cristal se encarga de convertir los rayos incidentes de estas altas energías a energías del orden de eV. Estos son los rayos que inciden sobre la matriz del SiPM). En este trabajo se han estudiado dos marcas de SiPM, SensL (irlandesa) y Hamamatsu (japonesa).

El SiPM ha mostrado ciertas ventajas significativas sobre los tubos multiplicadores tradicionales, particularmente para aplicaciones médicas como el PET y el MRI. Algunas de estas ventajas son: inmunidad a campos magnéticos, facilidad de uso (simpleza de resultados generados), tamaño compacto, buena linealidad, electrónica simple, alta ganancia a bajo voltaje de polarización, alta eficiencia de detección de fotones (*Photon detection efficiency*), tiempo de respuesta corto, alto ritmo de conteo (*count rate*), buena resolución temporal, y un amplio rango de respuesta espectral (MANUAL MPPC HAMAMATSU, España et al., 2009, Ramili *et al*, 2012). Se ha comprobado que estos aparatos tienen buen desempeño bajo campos magnéticos de 0 a 7 Tesla, al igual que su conveniencia para adquisiciones tipo PET bajo la presencia de gradientes cambiantes y secuencias de radiofrecuencia de MRI (España et al., 2009, p. 1).

### 2.3.1 Principios de operación

- **Corriente oscura**

El SiPM es un artefacto de estado sólido, por lo tanto genera ruido térmico. El componente de ruido es amplificado al operar en modo Geiger y la señal de detección del fotón original no puede ser discriminada del ruido. La frecuencia de este ruido es conocida como la corriente oscura. Aunque el aumentar el voltaje inverso mejora la eficiencia de detección de fotones, también aumenta la corriente oscura. Reducir la temperatura sin embargo disminuye la corriente oscura.

Para eliminar estos efectos es necesario establecer un nivel umbral apropiado. Si se conoce el momento en el que la luz entra al SiPM, los efectos de la corriente oscura durante las medidas pueden ser reducidos al establecer una ventana de tiempo. Esto se logra al establecer un umbral a 0.5 p.e. (*photon equivalent*). Al contar el número de pulsos que excede este umbral, se puede saber el número de veces que uno o más fotones son detectados. El número de pulsos salientes medidos sin luz incidente sobre el SiPM con este umbral les tratado como corriente oscura

Para contar el número de veces que dos o más fotones son detectados simultáneamente, el umbral les establecido en  $N - 0.5$  p.e. (donde  $N$  es un número arbitrario de fotones). Al contar el número de pulsos que exceden este umbral se puede saber el número de veces que se han detectado simultáneamente  $N$  o más fotones (Manual Hamamatsu, 2008, 2007)

- **Eficiencia de detección de fotones (*Photon detection efficiency: PDE*)**

La eficiencia de detección de fotones es una medida que indica el porcentaje de fotones incidentes que son detectados. No todos los portadores generados por los fotones incidentes crearán pulsos detectables, por lo tanto la PDE es menor que la eficiencia cuántica (la probabilidad de que un fotón genere un par electrón-hueco en el material activo). La PDE aumenta con el voltaje de polarización, y se puede definir como sigue:

$$PDE = \text{Eficiencia cuántica} \times \text{Factor de llenado} \times \text{Probabilidad de avalancha}$$

Donde el factor de llenado es la razón del tamaño del área activa de un píxel a su tamaño total incluyendo circuitos, y la probabilidad de avalancha es la razón del número de píxeles excitados al número de píxeles con fotones incidentes. Por otro lado, el número total de píxeles determina el rango dinámico para los fotones que inciden simultáneamente. Si dos o más fotones llegan al mismo píxel, entonces la linealidad de detección de fotones disminuye.

El número de fotones incidentes en un fotodiodo puede ser calculado de la fotocorriente, basado en su fotosensitividad en cierta longitud de onda (unidades de A/W). El número de fotones detectados por el SiPM se puede calcular al dividir la fotocorriente obtenida de la medida de la respuesta espectral por la carga del electrón ( $1.6 \times 10^{-19}$  C). (MANUAL MPPC HAMAMATSU 2007, p. 10-11, MANUAL MPPC HAMAMATSU 2008, p. 16-17)

- **Timing**

Las características temporales del pulso saliente de un píxel pueden variar con la posición del píxel donde el fotón incide o con las mismas características temporales de la entrada del fotón. Esto provoca que ocurra el efecto de tiempo de fluctuación (*time jitter*). Este efecto está presente desde el momento en que un fotón incide sobre el SiPM hasta que aparece el pulso final. Cuando dos fotones entran al SiPM en un periodo de tiempo (entre  $t_1$  y  $t_2$ ) menor que el tiempo de fluctuación, entonces esos dos pulsos salientes se verán integrados en el rango del tiempo de fluctuación, de manera que el SiPM no podrá medir la diferencia entre los dos fotones detectados. En el caso de que ocurra lo contrario, (que el periodo de tiempo entre  $t_1$  y  $t_2$  es mayor que el tiempo de

fluctuación), el SiPM podrá medir la diferencia temporal entre los dos fotones detectados.

La resolución temporal del SiPM es obtenida de la distribución del tiempo de fluctuación. Será la diferencia temporal mínima que puede ser detectada por los píxeles, y es definida como el FWHM (*Full Width Height Maximum*) de la distribución del tiempo de fluctuación. (MANUAL MPPC HAMAMATSU 2007, p. 11-12, MANUAL MPPC HAMAMATSU 2008, p. 18-19)

- **Ganancia**

La ganancia del SiPM es dependiente de la temperatura. Se ha observado que la ganancia disminuye con el aumento de la temperatura, debido a las vibraciones de las redes en los cristales. Esto es consistente con un aumento en el voltaje de ruptura. Este aumento en el voltaje de ruptura disminuiría el número de celdas que contribuyen a la señal de la misma cantidad de luz y por ende provocaría una señal más débil al igual que una peor resolución (España et al., 2009, p. 4). De manera análoga, la ganancia aumenta con el voltaje de polarización, esto debido a que los electrones son más acelerados y por ende los pulsos resultantes más energéticos..

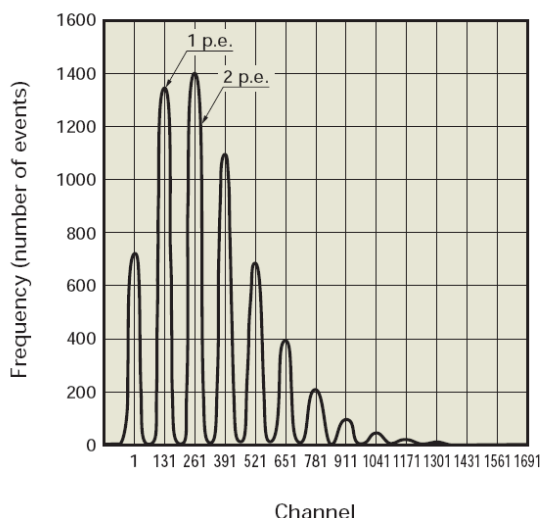
La ganancia puede ser estimada a partir de la siguiente ecuación:

$$G = (V_{bias} - V_{breakdown}) \times C / q$$

donde G es la ganancia individual de las celdas, C es la capacitancia y q es la carga de los portadores (España et al., 2009, p. 4).

Uno de los métodos utilizados frecuentemente para el cálculo de la ganancia consiste en la reducción en intensidad (por el atenuador óptico) de luz pulsada y su irradiación sobre el SiPM. La respuesta del SiPM es entonces procesada por el PC para obtener una frecuencia de distribución para esa carga saliente.





**Figura 2.7.** La respuesta del MPPC es procesada por el PC para obtener una frecuencia de distribución para la carga saliente. En el eje horizontal, se observan los canales del ADC que representan la cantidad de carga digitalizada del MPPC. El eje vertical representa la frecuencia (número de eventos) en cada canal (carga saliente). (MANUAL MPPC HAMAMATSU 2008, p. 11-12)

Este ejemplo indica que luz pulsada de uno o dos fotones está llegando al SiPM. La distancia entre picos adyacentes equivale exactamente a la carga saliente de un fotón detectado. La ganancia (multiplicación) es por lo tanto expresada por la siguiente ecuación:

$$\text{Ganancia} = \frac{\text{Número de canales entre 2 picos} \times \text{ritmo de conversión del ADC}}{\text{Carga de 1 electrón}}$$

El enfoque de este trabajo es mayormente en el efecto de la variación de temperatura sobre la ganancia del SiPM. Particularmente estudiando el desplazamiento de un pico conocido como función de parámetros variables y constantes, como lo son voltaje y temperatura.

### 2.3.2 Linealidad (Efecto de saturación)

Los SiPM sufren un efecto de saturación al detectar fotones incidentes. Esto se conoce también como el momento en que la linealidad, relacionada al PDE, disminuye. Dado que los píxeles solamente detectan la incidencia de uno o más fotones, cuando el número de fotones incidentes es demasiado grande su habilidad de detectarlos disminuye, causando una saturación en su linealidad. Es decir, el detector ya no es capaz, a partir de cierta energía de los fotones, de detectar su incidencia; esto debido a

que no todos los fotones producidos por el centellador que inciden sobre el SiPM activan píxeles.

En este trabajo se estudiará la linealidad del SiPM Hamamtsu. Al graficar el número de canales de los centroides de fotopicos de energías conocidas frente a energías, se obtendrá una curva inicialmente lineal que a partir de cierto valor de fotones incidentes se comporta como una asíntota. El número de canales es proporcional al número de píxeles activados, ya que el número de píxeles que se excitan es proporcional a la amplitud del pulso que más adelante se va a digitalizar e histogramar. Análogamente, la energía es proporcional al número de fotones incidentes. Por lo tanto la curva experimental de canales frente a energías es proporcional a una curva teórica de número de píxeles activados frente a fotones incidentes. La Figura 2.8 representa un resultado teórico. Para calcular el número de fotones que activan los píxeles  $N_{\gamma}$  los representamos en la siguiente ecuación como  $N_{fired}$ :

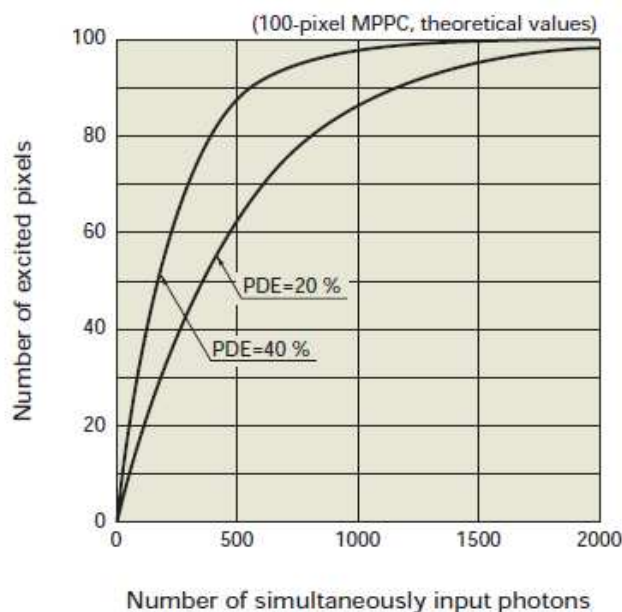
$$N_{Fired} = N_{Total} \left[ 1 - \exp\left(\frac{-N_{Photon} \times PDE}{N_{Total}}\right) \right]$$

Donde  $N_{Total}$  es el número total de píxeles y  $N_{Photon}$  es el número de fotones incidentes (Manual Hamamatsu, 2008).

Una vez obtenida esta relación exponencial, es necesario corregir el histograma por el efecto de saturación, lo cual nos permitirá reescalar el espectro en unidad de energía. Para lograr esto es necesario redistribuir el número de cuentas por unidad de división de la nueva escala, en este caso energía. La expresión para esta nueva calibración es:

$$\rho(E) = \rho(ch) \cdot \left(\frac{\Delta ch}{\Delta E}\right) dE$$

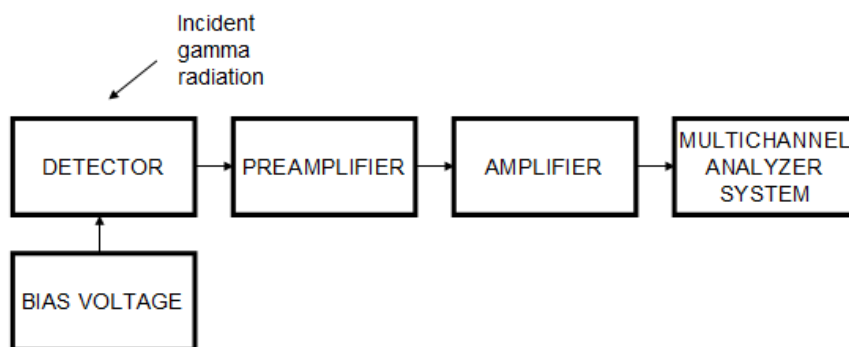
Donde  $\rho(E)$  es la distribución de cuenta por unidad de energía en la escala nueva,  $\rho(ch)$  es la distribución de cuentas por canal,  $\left(\frac{\Delta ch}{\Delta E}\right)$  es el factor de redistribución o pendiente local de transformación y  $dE$  que es por diferencial de energía en la nueva escala.



**Figura 2.8.** Ilustración teórica del efecto de saturación para el SiPM Hamamatsu de 100 píxeles (Manual Hamamatsu, 2008).

## 2.4 Electrónica del sistema

En procesos de espectroscopía gamma es necesario un sistema de electrónica para el procesamiento de la señal generada por el detector de radiación. Una vez procesada, la señal aparecerá en forma de un pico en un espectro de cuentas frente a canales (o energías) visualizado en un ordenador. Los principales componentes del sistema son: la fuente de HV, el detector de radiación, un preamplificador, un amplificador, y un analizador multicanal (o MCA).



**Figura 2.9** Diagrama general de un sistema de detección de radiación.

Los pulsos generados por el detector cuando la radiación electromagnética interacciona con el material semiconductor son amplificados, hasta que finalmente (al final del procesamiento electrónico) son dirigidos al analizador multicanal donde se ordenan y almacenan de acuerdo a sus amplitudes. Finalmente se genera un espectro energético en el ordenador donde los picos resultantes son proporcionales a la energía perdida de los fotones (o partículas cargadas en otros casos).

En algunos casos, como en este trabajo particular, se puede prescindir del amplificador para eliminar ruido de la señal; con la amplificación del preamplificador en estos casos es suficiente para obtener un buen espectro, ya que al añadir un amplificador éste amplificaría la señal junto con el ruido, deteriorando el pico final.

### **2.4.1 Procesamiento del pulso**

Cuando el detector produce la señal eléctrica que contiene información sobre la radiación incidente, esta señal es procesada por un sistema de electrónica cuyos componentes principales son los descritos en la sección anterior. Ésto se conoce como procesamiento del pulso. Dicho proceso es útil para proveer información no sólo de la radiación sino de las características del detector, como lo son el *timing*, resolución, etc. El esquema general del proceso comenzaría desde la emisión de la señal eléctrica debido a las interacciones de la radiación con el detector, su amplificación y *shaping*, hasta su representación final como un espectro energético en un ordenador.

Los detectores de radiación como lo son los centelladores, tubos fotomultiplicadores y SiPM, generalmente consisten de pulsos análogos. Esto significa que la señal puede tomar únicamente valores discretos, por ejemplo, si se ha detectado radiación o no. En la práctica, todas señales lógicas o análogas son limitadas a dos estados. Estas señales se pueden describir como pulsos rápidos o lentos (dependiendo del tiempo de subida del pulso). Mientras que los pulsos rápidos son importantes para aplicaciones de *timing*, los lentos son generalmente menos susceptibles a efectos de ruido y ofrecen mejor información de amplitud (KNOLL, 2000, LEO, 1987).

### **2.4.2 Características del pulso (LEO, 1987, p. 242)**

*Línea de base:* La base de la señal es el voltaje o nivel de corriente al cual el pulso decae.

*Amplitud:* Es la altura del pulso medida desde el máximo hasta la base directamente bajo éste.

*Ancho de la señal:* Ancho completo de la señal tomado a la mitad de la altura del pico (*Full Width Height Maximum* o FWHM)

*Eje de subida:* Costado de la señal que surge primero en el tiempo

*Eje de caída:* Costado de la señal que surge al final del tiempo (cola).

*Tiempo de subida:* Tiempo que le toma al pulso subir de 10% a 90% de su amplitud total. Este factor determina esencialmente la rapidez de la señal.

*Tiempo de bajada:* Tiempo que le toma al pulso bajar de 90% a 10% de su amplitud total.

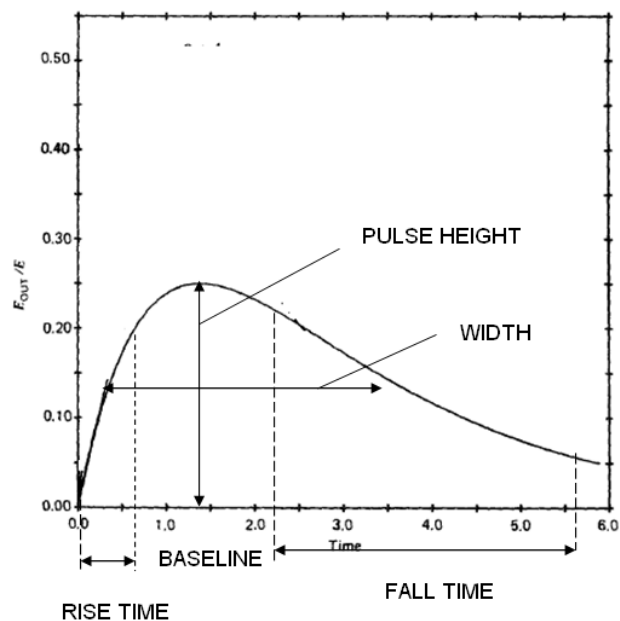


Figura 2.10. Ilustración de las características de un pulso.

### 2.4.3 Electrónica para el procesamiento del pulso

*Detector:* Aparato que convierte la energía de un fotón o partícula incidente en un pulso eléctrico.

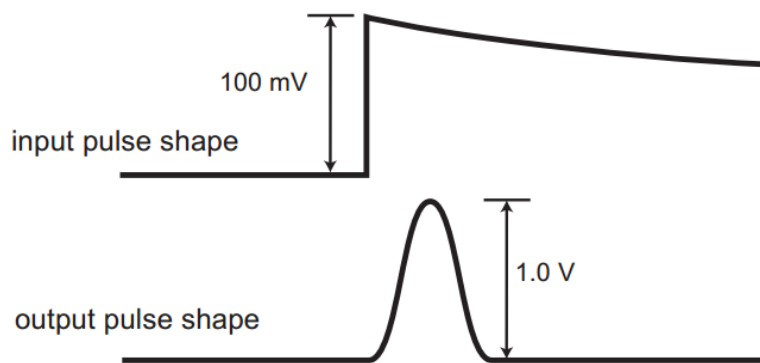
*Preamplificador:* La función básica de un preamplificador es amplificar señales débiles de un detector y llevarla por el cable que conecta al preamplificador al resto del equipo electrónica (LEO, 1987, p. 269).

*Amplificador:* El amplificador amplifica la que recibe del preamplificador y le da una forma conveniente para su próximo procesamiento (LEO, 1987, p. 272). Este

aparato electrónico es responsable de transformar el pulso entrante a una forma que se acerca a una Gaussiana. El propósito de esto es filtrar el ruido de la señal de interés y proveer una línea de base restaurada (CREMAT, 2008, p.1). La solución particular para la ecuación de circuitos correspondiente es:

$$E_{out} = E \left( \frac{t}{\tau} \right)^n e^{-\frac{t}{\tau}}$$

El tiempo requerido para el que el nuevo pulso Gaussiano alcance su máxima amplitud es conocido como el *peaking time* (el tiempo en que se tarda en alcanzar su máximo), equivalente a  $n\tau$ . (KNOLL, 2000, p. 592).



**Figura 2.11.** Comparación entre el pulso inicial recibido por el amplificador y el pulso saliente con forma Gaussiana. El pulso inicial es emitido por el preamplificador con una amplitud del orden de mV. El pulso Gaussiano final tiene amplitud del orden de V, implicando que tiene mejor amplificación. (CREMAT, 2008, p. 1)

Debe ser notado que en este trabajo se prescindió de este paso de amplificación.

**Osciloscopio:** Permite la observación de diferentes señales de voltajes por medio de la representación de una gráfica con Voltaje en el eje vertical y Tiempo en el eje horizontal.

**Convertidor Análogo Digital (ADC):** Convierte la información contenida en una señal análoga a una forma digital equivalente (LEO, 1987, p. 281). El *tiempo muerto* es definido en este componente.

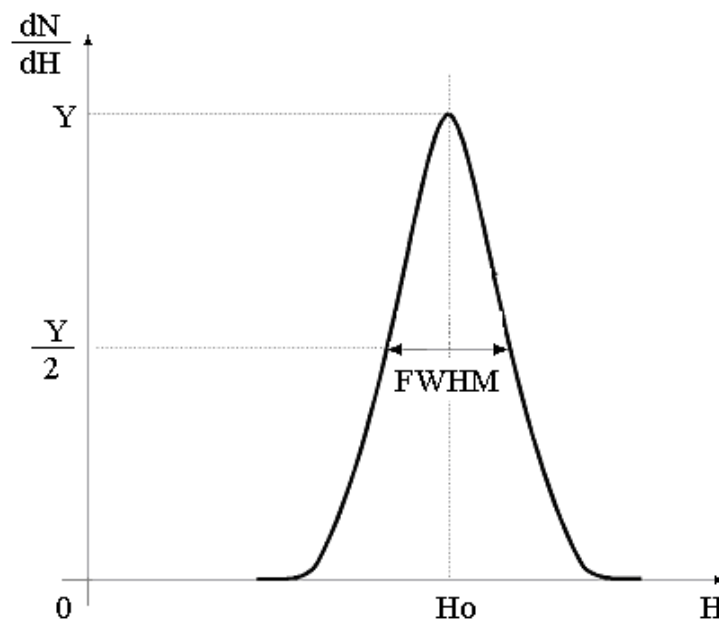
**Analizador multicanal (MCA):** El MCA clasifica los pulsos entrantes de acuerdo a su amplitud, a la vez que mantiene la cuenta del número de cada altura en una memoria multicanal. Los contenidos de cada canal son entonces exhibidos en una pantalla para representar un espectro. El ADC es incorporado en este dispositivo, el cual digitaliza la amplitud del pulso entrante (LEO, 1987, p. 283).

## 2.5 Parámetros del detector

*Resolución en energías:* Es una de las características más importantes de un espectrómetro de energías ya que establece el límite de la habilidad del detector de distinguir entre dos energías cercanas entre sí. Se define de la siguiente manera:

$$R = \frac{FWHM}{H_0}$$

Donde *FWHM* está expresado en keV y  $H_0$  es la altura promedio del pico.



**Figura 2.12.** Ilustración de la resolución energética. (RAMÍREZ JIMÉNEZ, 2008, p. 11)

Para el caso particular de los SiPM en este trabajo, donde se utilizó como Analizador Multicanal el programa CASSY, la resolución en energías se calculó de la siguiente manera:

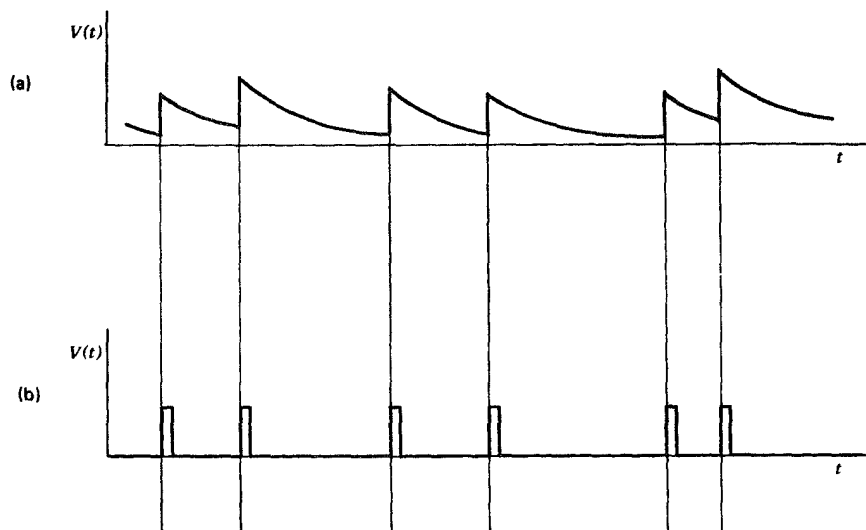
$$R = \left( \frac{2.35 \times \sigma}{\mu} \right) \times 100$$

Donde  $\mu$  y  $\sigma$  son valores dados por el programa (centroide y ancho del pico a una altura  $FWHM / 2.35$ , respectivamente).

*Tiempo muerto:* Es el tiempo después de cada evento en el cual el sistema no es capaz de detectar otro evento (LEO, 1987, p. 114), (evento definido como la incidencia de la radiación sobre el detector). Este *tiempo muerto* es definido en el ADC, dado que no será capaz de procesar un evento o pulso que toma lugar durante el procesamiento de otro. Esta es la causa principal del efecto apilamiento (*pile-up*).

*Pile-up:* Si un segundo pulso llega al amplificador mientras está en proceso de darle forma a un pulso anterior, este segundo pulso aparecerá en la cola del primero aumentando su amplitud. Esto se conoce como el efecto de *pile-up*, dado que la amplitud del pulso es proporcional a la energía. Por esta razón, una de las más importantes características del amplificador es el tiempo de formado (*shaping time*) (LEO, 1987).

*Tiempo de formado y subida del pulso:* Debido a que el tiempo de colección de electrones y huecos depende de la localización de las cargas con respecto a los electrodos, las formas de los pulsos varían tanto en forma como en tiempo de subida. (LEO, 1987). Para asegurar que se recolecta toda la carga, los preamplificadores son normalmente ajustados para proveer un tiempo de caída para los pulsos de unos 50  $\mu\text{s}$ . Esto tiene un efecto al procesar un tren de pulsos producidos por el preamplificador. (KNOLL, 2000, p. 586).



**Figura 2.13.** Si el ritmo de interacción en el detector no es pequeña, los pulsos se solaparán entre sí dando resultado a un tren de pulsos como mostrado en la parte (a). Esto ilustra la aparente variación en amplitud debido al *pile-up*. La solución ideal es darle forma a los pulsos de manera que se produzca un tren como el de la parte (b). (KNOLL, 2000, p. 586)



En este trabajo se estudió tanto la variación en la resolución en energía de un SiPM como la variación del centroide de un pico (explicado a detalle en los próximos capítulos) con la temperatura y el voltaje. Para ello se estableció una electrónica de adquisición adecuada para la mayor eliminación de ruido posible y óptima resolución (explicada en el Capítulo 3).

## Capítulo 3

### Equipo y Método Experimental

El equipo utilizado para llevar a cabo las medidas de caracterización de los SiPM consistía de 3 componentes principales: una caja tropicalizada para la regulación de la temperatura, el detector de radiación, la fuente radiactiva y un sistema de electrónica para el procesamiento de los pulsos. Una vez llevado a cabo el montaje del equipo se procedió a tomar las medidas utilizando un método experimental adecuado de manera que se pudieran obtener los espectros deseados a diferentes voltajes y temperaturas. A continuación se describe a más detalle el equipo, montaje y método experimental.

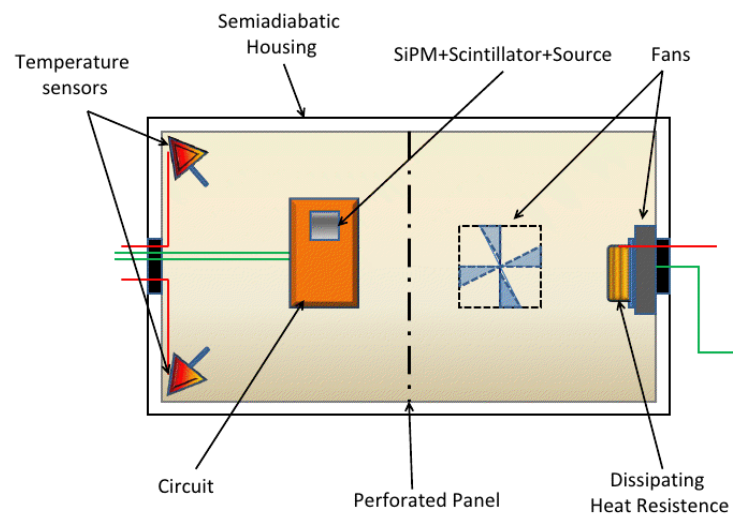
#### 3.1 Equipo utilizado

##### 3.1.1 Caja tropicalizada

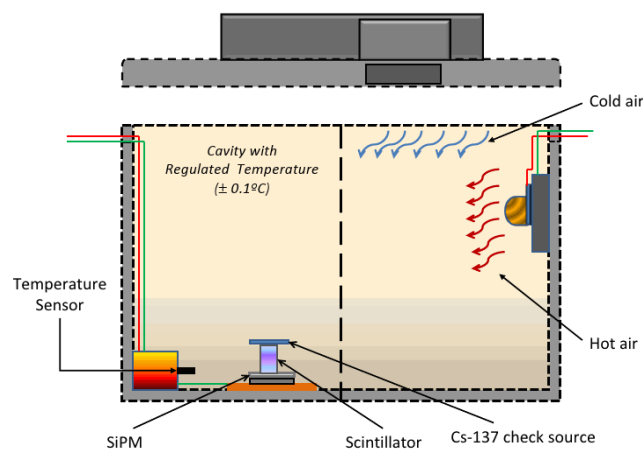
La caja tropicalizada utilizada para la regulación de la temperatura consistía de 4 paredes y un techo de corcho blanco, para crear un ambiente semi-adiabático. Dos ventiladores se encargaban de dispersar el aire caliente (proveniente de una tensión conectada al ventilador) y el aire frío (proveniente de un aire acondicionado). Un panel perforado (en este caso se utilizó un pedazo de cartón) se colocó en el medio de la caja para separar la zona de los ventiladores de la zona del detector, permitiendo el paso del aire uniforme. En las esquinas de la zona donde se colocó el detector habían 2 sensores de temperatura. Finalmente, se colocó en el medio el detector con la fuente, junto al sensor de un termómetro colocado fuera de la caja para el ojo del medidor.

La regulación de la temperatura dentro de la caja se llevó a cabo con el uso de la tensión y el aire acondicionado. Para procesos de calentamiento se utilizaba el acondicionador para enfriar la caja al mínimo alcanzable (unos 10°C). Para tomar las medidas a temperaturas menores de 20°C se utilizaba una tensión leve (entre 10V y 20V) para estabilizar la temperatura durante el tiempo de toma del espectro. A partir de los 20°C se dejaba la habitación a temperatura ambiente (sin uso del acondicionador ni la tensión) de manera que la temperatura en la caja subía lentamente hasta unos 25°C o 27°C, dependiendo del día. Para temperaturas mayores de estos valores se aplicaba la resistencia para el aire caliente, aumentándola lentamente a medida que subían las temperaturas (15V-40V aproximadamente).

Para procesos de enfriamiento, donde se partía de temperaturas entre los 45°C y 50°C, se dejaba, se quitaba la tensión, dejando la caja bajar a temperatura ambiente. Para acelerar el proceso se podía encender el acondicionador brevemente. Una vez se estabilizaba la temperatura se encendía el acondicionador para enfriar la caja. Al igual que para las temperaturas bajas de los procesos de calentamiento se utilizaba la tensión del aire caliente para mantener la temperatura por el tiempo necesario para obtener el espectro. La temperatura se estabilizó a  $\pm 0.1^\circ\text{C}$  para casos de temperatura variable a voltaje constante, y a  $\pm 0.4^\circ\text{C}$  para casos de voltaje variable a temperatura constante.



**Figura 3.1** Diagrama de la caja tropicalizada vista desde arriba.

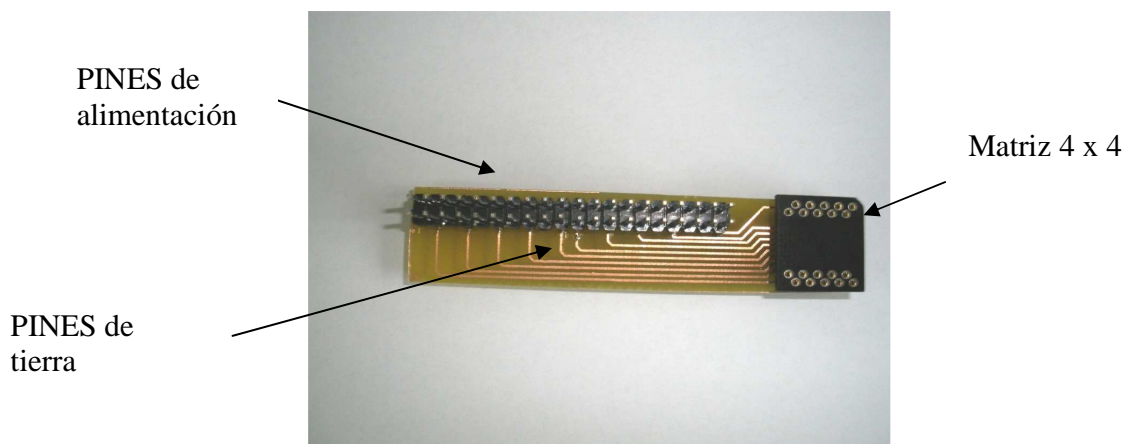


**Figura 3.2.** Diagrama de la caja tropicalizada vista de lado

### 3.1.2 Detector de radiación

El detector de radiación consistía de un cristal centellador y un fotomultiplicador SiPM. El cristal centellador utilizado para las medidas de caracterización del SensL y Hamamatsu fue el CsI(Tl). En el caso del estudio de la saturación del Hamamatsu se utilizaron 2 cristales centelladores: Cs(Tl) y LYSO. El cristal se colocó sobre la matriz del SiPM, convirtiéndose el conjunto en un detector de radiación. Para sus respectivas caracterizaciones, las marcas de SiPM utilizadas fueron SensL (irlandesa) y Hamamatsu (japonesa).

#### SensL



**Figura 3.3** Ilustración de la placa del SiPM SensL.



**Figura 3.4** Ilustración de la matriz 4 x 4 del SiPM SensL.

En la siguiente tabla se describen algunas características generales del SiPM SensL utilizado (SiPMArray4):

**Tabla 3.1.** (Manual SensL, 2009)

| Typical Values                   | Part Number         | Units           | Test Conditions   |
|----------------------------------|---------------------|-----------------|---|
|                                  | SPMArray<br>3035G16 |                 |   |
| Pixel Chip Area                  | 3.16 x 3.16         | mm <sup>2</sup> | 3.16 ±0.01mm to account for scribe cut of die (kerf)                          |
| Pixel Active Area                | 2.85x2.85           | mm <sup>2</sup> | -   |
| Operating Voltage (typical)      | +29.5               | V               | +2V above V <sub>br</sub> ,   |
| Array Details                    | 4 x 4               | Pixels          | Number of Pixels: 16  |
| Microcell Gain                   | 1x10 <sup>6</sup>   | -               | -   |
| Total Pixel Effective Area       | 13.4 x 13.4         | mm <sup>2</sup> |   |
| Number of Microcells             | 3640                | Per pixel       | -   |
| Photon Detection Efficiency      | 10-20               | %               | +1V to +4V above V <sub>br</sub> , λ = 520nm                                  |
| Dark Rate                        | 8                   | MHz             | Per pixel   |
| Detailed Specifications of Pixel | SPMMicro3035X13     | -               | See Datasheet - available on <a href="http://www.sensL.com">www.sensL.com</a> |

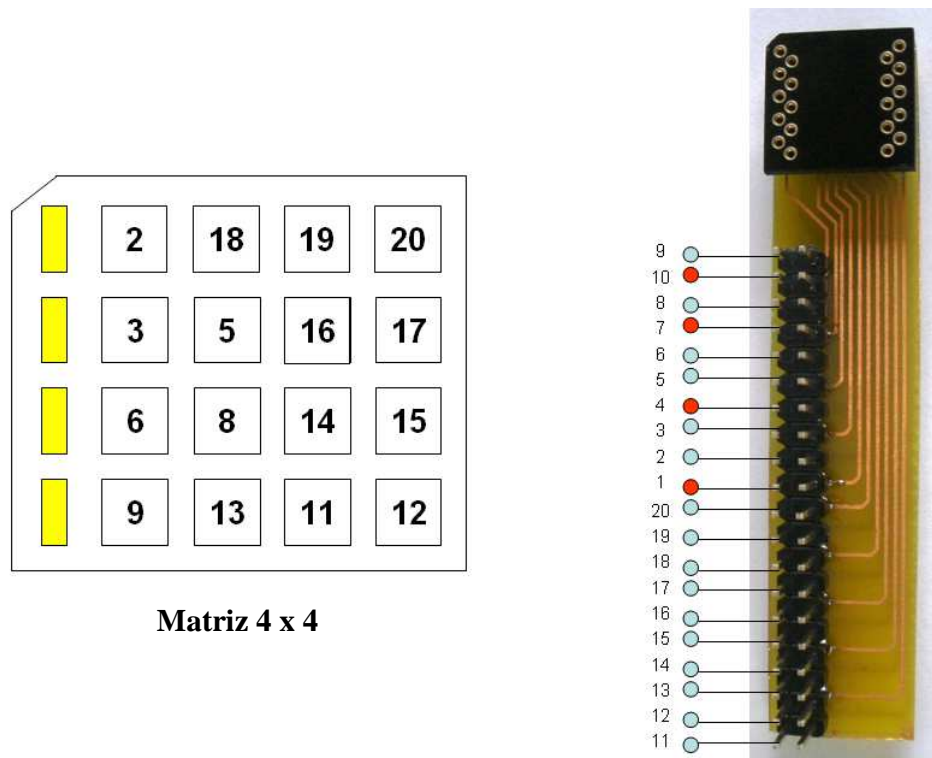
### *Conexión de los PINES*

Para la conexión de los pines del SiPM SensL se llevaron a cabo varias pruebas para determinar la asignación de cada pin y píxel. Como mostrado en la Figura 3.3, la fila de pines internos corresponde a los pines de alimentación. Cada pin de alimentación correspondía por su parte a otros 4 pines que emitían señal; estos 4 pines a su vez correspondían a un píxel dentro de la matriz del SiPM.

Las pruebas consistieron en alimentar por separado los pines de alimentación con la fuente HV; luego para hallar los pines de señal se conectaba uno por uno (utilizando el cable de señal) observando si se generaba un pulso en el osciloscopio. El pulso sería generado debido a una fuente radiactiva (en este caso <sup>137</sup>Cs que será descrita en el próximo apartado) colocada frente a la matriz, sobre la cual se colocó un cristal centellador CsI:TI de 9mm x 9mm. El voltaje de alimentación se estableció a 29.5 V y la ganancia en el programa CASSY (por si se deseaba visualizar algún cambio en el espectro) a 12.25.

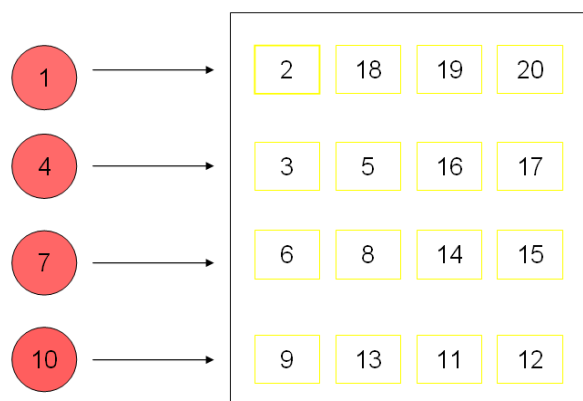
Una vez halladas las combinaciones se procedió a asignar la identidad de cada píxel en cuanto a los pines. Para ello se cambió el cristal centellador al MLS (con un tamaño 1mm x 1mm, y se disminuyó tanto el voltaje de alimentación (a 28.0 V) como la ganancia digital (7.75). Luego se asignaban las 4 conexiones correspondientes (pin de alimentación con cada uno de sus 4 pines de señal), colocando el cristal en cada uno de los píxeles hasta identificar la señal de más intensidad. Este píxel que generaba dicha señal correspondía entonces al número del pin de señal.

Los SiPM probados fueron 4 de la compañía de SensL, números 17, 19, 33 y 34. A continuación se ilustra la relación entre los pines y píxeles, la cual se comprobó ser igual a la establecida en el Manual de SensL 2009.



**Figura 3.5.** Ilustración de la matriz 4 x 4 y la base del SiPM SensL y su relación de PINES.

Los pines marcados en rojo representan los que ofrecen alimentación. El resto son los que ofrecen señal. Cada pin de alimentación (en total 4) da señal en 4 celdas. A continuación las respectivas combinaciones:



**Figura 1.6.** Ilustración de la relación entre los pines de alimentación y las celdas alimentadas en la matriz del SiPM SensL.

## **Hamamatsu**

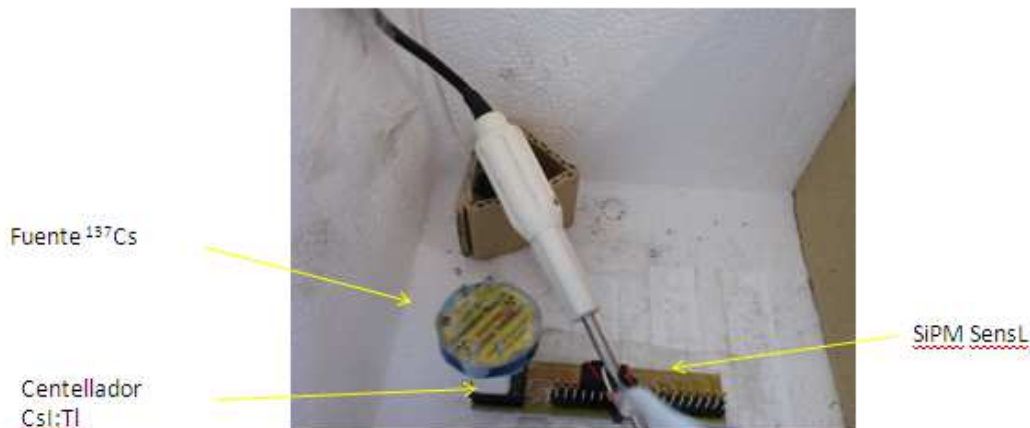
A continuación se describen las características principales del SiPM Hamamatsu utilizado:

**Tabla 3.2.** (Samuel *et. Al*, 2009).

| Serie                 | Área activa (mm <sup>2</sup> ) | Número de píxeles | Tamaño de microcelda (píxel) (μm) | Factor de relleno (%) | PDE (%) |
|-----------------------|--------------------------------|-------------------|-----------------------------------|-----------------------|---------|
| MPPC-33-2 x 2-50 5900 | 6 x 6 (matriz 2 x 2)           | 3600/elemento     | 50                                | 61.5                  | 50      |

### **3.1.3 Fuentes radiactivas**

La fuente radiactiva utilizada para la caracterización del SensL y Hamamatsu fue la de <sup>137</sup>Cs (5 μCi, t<sub>1/2</sub> = 30.1 años). En un espectro tomado con esta fuente, se puede observar su pico característico de 662 keV.



**Figura 3.7** Fuente radiactiva de Cesio-137 sobre el cristal centellador Cs(Tl) en SiPM SensL

Para el estudio de la saturación del SiPM Hamamatsu se utilizaron (además de la anterior fuente de <sup>137</sup>Cs) las siguientes fuentes radiactivas:

Tabla 3.3 (NNDC)

| Fuente | Desintegraciones |                   | Intensidad          |        |
|--------|------------------|-------------------|---------------------|--------|
|        | ( $\mu$ Ci)      | Vida media (años) | Energía picos (keV) | (%)    |
| Ba-133 | 1                | 10.5              | 30.85               | 99.40  |
|        |                  |                   | 35.11               | 21.53  |
|        |                  |                   | 80.90               | 36.72  |
|        |                  |                   | 276.40              | 7.16   |
|        |                  |                   | 302.85              | 18.33  |
|        |                  |                   | 356.01              | 62.05  |
|        |                  |                   | 383.85              | 8.94   |
| Eu-152 | 1                | 13.5              | 39.91               | 58.9   |
|        |                  |                   | 45.59               | 13.47  |
|        |                  |                   | 121.78              | 28.67  |
|        |                  |                   | 244.7               | 7.61   |
|        |                  |                   | 344.28              | 26.6   |
|        |                  |                   | 778.9               | 12.96  |
|        |                  |                   | 964.079             | 14.65  |
|        |                  |                   | 1085.87             | 10.24  |
| Na-22  | 1                | 2.6               | 1112.07             | 13.69  |
|        |                  |                   | 1408                | 21.07  |
| Co-60  | 1                | 5.27              | 511.00              | 180.76 |
|        |                  |                   | 1274.54             | 99.94  |
| Co-60  | 1                | 5.27              | 1173.23             | 99.85  |
|        |                  |                   | 1332.49             | 99.98  |



### 3.1.4 Electrónica de adquisición

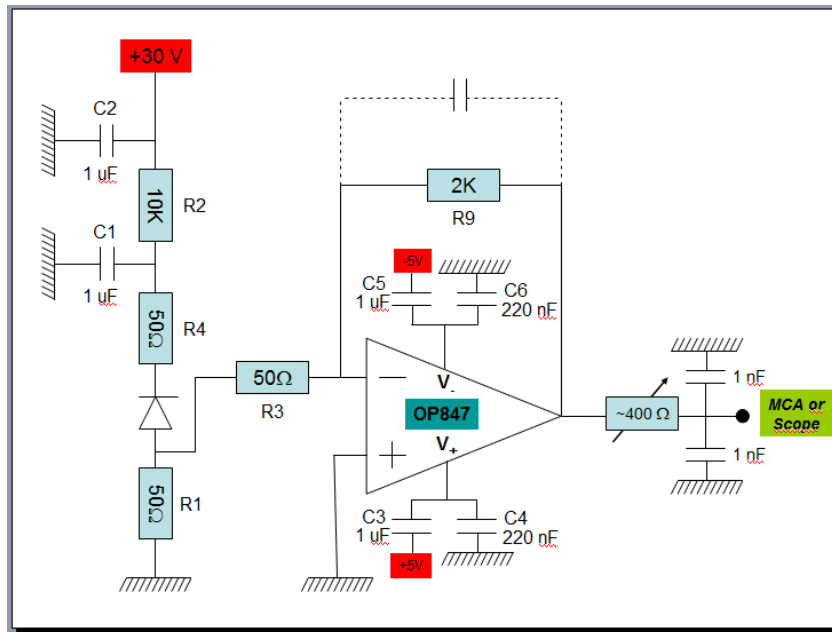
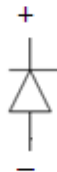


Figura 3.8. Esquema representativo de la electrónica de adquisición.

La Figura 3.8 es una ilustración de la electrónica de adquisición del sistema. Consiste en el SiPM conectado como un diodo bajo polarización inversa, adjunto con varios filtros de paso bajo, un sistema de amplificación y finalmente el multicanal. A continuación se describe a más detalle el procesamiento de la señal:

1. SiPM conectado como un diodo bajo polarización inversa:



2. *Circuito para la lectura de la señal:* la parte positiva de la alimentación (+30 V) va con la parte negativa del diodo y la parte negativa va con la tierra. Ambos lados cuentan con unas resistencias pequeñas R1 y R4 (de 50Ω cada una). Estos valores pequeños logran que el pulso sea más rápido (para efectos de *timing*).
3. *Filtros RC de paso bajo:* Se colocó un filtro de paso bajo (para desacoplar de señal y eliminar frecuencias altas) de manera que se pudiera filtrar y

amplificar la señal antes y después de pasar por el amplificador operacional. Este filtro se ilustra de la siguiente manera:

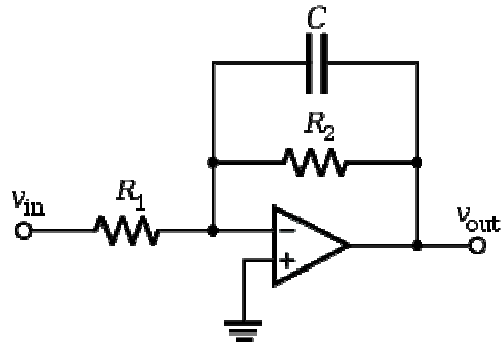


Figura 3.9

4. *Amplificación:* La señal será amplificada por medio de la razón entre  $R_2$  y  $R_1$ . Por lo tanto,  $V_{out}$  resultará ser  $V_{in}$  amplificado 40 veces.
5. *Filtro para el amplificador operacional:* Por último se ha colocado una resistencia de unos  $400\Omega$  a la salida del amplificador operacional con el propósito de desacoplar la señal de alimentación antes de que llegue al multicanal.

### 3.2 Montaje experimental



**Figura 3.9** Ilustración del montaje del equipo experimental.

El montaje del equipo consistía del detector y la fuente dentro de la caja tropicalizada. Un aire acondicionado y una fuente de tensión proveían el aire frío y caliente, respectivamente. Se utilizaron 3 termómetros, uno (el más estable) para la anotación de la temperatura y dos adicionales para determinar la estabilidad del sistema (si la temperatura estaba estable o si el sistema estaba en proceso de enfriamiento o calentamiento).

Por último el detector se conectó a la electrónica de adquisición de la siguiente manera: de acuerdo a la asignación de los pines, se conectó la fuente de High Voltage al SiPM. Esta a su vez se conectó al amplificador operacional y a la placa preamplificadora conectada al MCA (multicanal CASSY). De acuerdo a este montaje se podían observar los pulsos en un osciloscopio o los espectros en un ordenador en el programa CASSY.

### 3.3 Estudios realizados

#### 3.3.1 SensL

Para la caracterización del SiPM SensL se utilizó el centellador **CsI:TI**, colocado sobre la celda #3 del SiPM de SensL. Se tomaron medidas con los siguientes parámetros:

- Rango de voltaje de alimentación: 28.0 V a 30.0 V, cada 0.3 V
- Rango de temperatura: 10°C a 50°C cada 3°C aproximadamente
- Tiempo de espectros: 100 segundos
- Número de canales: 512
- Ganancia CASSY: 12.25 Unidad A1

Para ver la variación del centroide con la temperatura se tomaron espectros a voltajes constantes, variando la temperatura como indicado en el Rango de temperatura. Para el caso de la variación del centroide con el voltaje se tomaron espectros a temperaturas constantes, variando el voltaje según el Rango de voltaje. Luego de realizar los cálculos necesarios para determinar el compensador, se llevaron a cabo distintas medidas a diferentes temperaturas, aplicando el voltaje necesario para un espectro óptimo según el compensador, con el propósito de verificar y comprobar su funcionamiento. Estas medidas se realizaron con el cristal centellador colocado sobre la celda #18.

#### 3.3.2 Hamamatsu

Para la caracterización del SiPM Hamamatsu también se utilizó el centellador **CsI:TI**, esta vez acoplado al SiPM de Hamamatsu. Los parámetros de las medidas fueron los siguientes:

- Rango de voltaje de alimentación: 68.5V a 70.5 V, cada 0.5 V
- Temperaturas de medidas: 15°C, 20°C, 25°C, 30°C, 35°C y 45°C
- Tiempo de espectros: 50 segundos
- Número de canales: 1024
- Ganancia CASSY: 10.05 Unidad A1

Al igual que para la caracterización del SensL, se tomaron medidas de temperatura variable a voltaje constante, y de voltaje variable a temperatura constante. Luego se procedió a verificar el compensador. Una vez establecida la compensación para los

cambios en temperatura ambiente, se procedió a estudiar la Saturación del SiPM (Hamamatsu).

Para las medidas de la saturación se utilizaron las siguientes fuentes radiactivas:  $^{137}\text{Cs}$ ,  $^{133}\text{Ba}$ ,  $^{152}\text{Eu}$ ,  $^{22}\text{Na}$  y  $^{60}\text{Co}$ . Las características de las 5 fuentes han sido descritas en el apartado 3.1.4. Se utilizó el centellador **LYSO** acoplado al SiPM de Hamamatsu, tomando espectros con cada fuente por separado. Todas excepto  $^{137}\text{Cs}$  (la cual fue colocada frente al cristal) fueron colocadas encima del cristal. Se utilizaron los siguientes parámetros para las medidas:

- Tiempo de espectros: 100 segundos
- Número de canales: 1024
- Ganancia CASSY: 6.59 Unidad A1

Una vez concluidas las mediciones se procedió a graficar y analizar los resultados para establecer un método de compensación. Dicho método consistiría en compensar los cambios en temperatura con el voltaje, de manera que se pudiera obtener un mismo espectro con las distintas combinaciones (o bien, mantener la ganancia del detector constante).

## Capítulo 4

### Resultados SiPM SensL

A base de las medidas tomadas se obtuvieron resultados de dos tipos: manteniendo la temperatura constante y variando el voltaje, y manteniendo el voltaje constante y variando la temperatura. Durante las mediciones se obtuvieron los valores de los centroides del pico de  $^{137}\text{Cs}$  para cada espectro, al igual que el valor de su resolución, tanto para estudiar las variaciones como para obtener el espectro óptimo.

#### 4.1 Condiciones óptimas

Para obtener las condiciones óptimas del SiPM SensL (es decir, el voltaje y la temperatura a la cual se obtiene el espectro con mejor resolución y valor de centroide razonable) se llevaron a cabo las mediciones con los parámetros descritos en el Capítulo 3. De acuerdo a los resultados y utilizando como referencia el voltaje de operación establecido en el Manual de SensL (2009). (*Operating Voltage: +29.5 V*), así como el valor de la temperatura ambiente a  $25^\circ\text{C}$ , se estableció como condición óptima el espectro obtenido a  $25^\circ\text{C}$  y  $29.0\text{ V}$ :

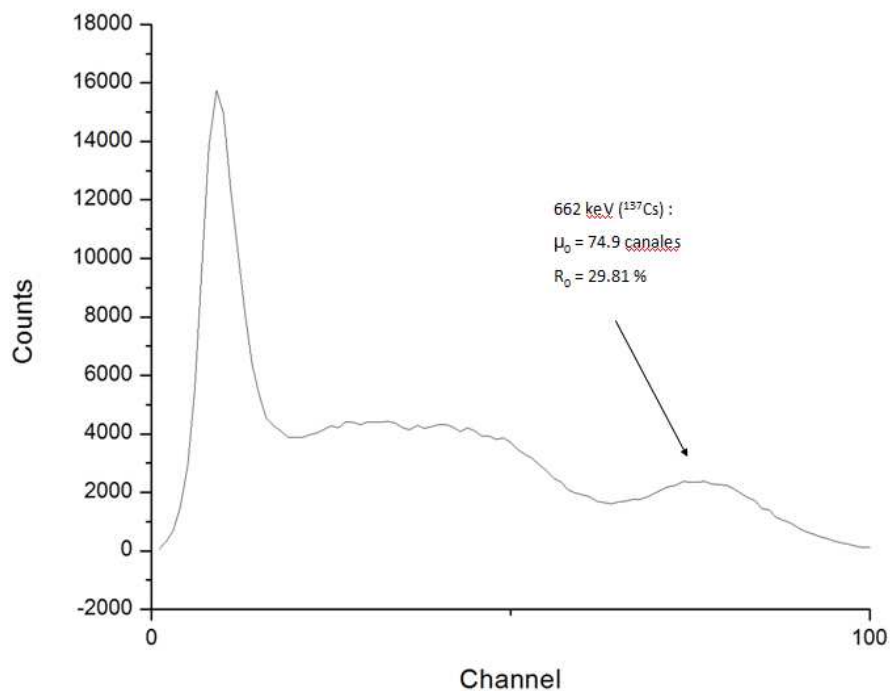


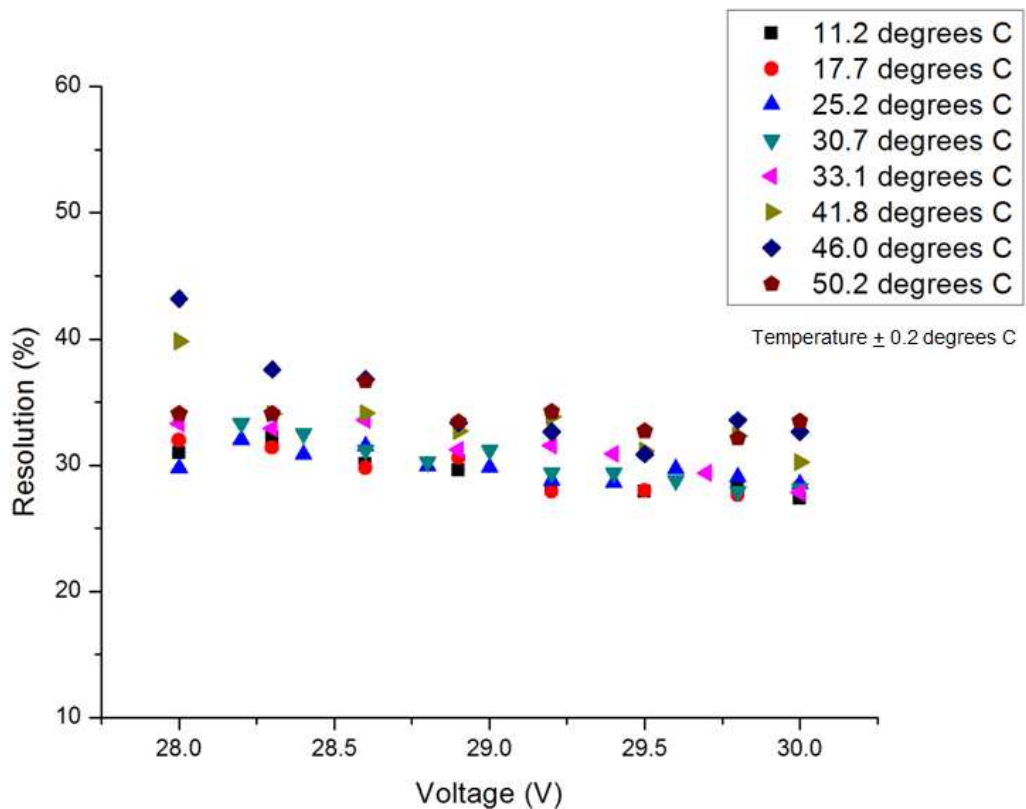
Figura 4.1. Espectro de una fuente de  $^{137}\text{Cs}$  con el SiPM SensL bajo condiciones óptimas

## 4.2 Variación de la resolución con el voltaje a temperatura constante

La resolución del pico fue calculada de la siguiente manera:

$$R = \left( \frac{2.35 \cdot \sigma}{\mu} \right) \times 100$$

donde  $\mu$  y  $\sigma$  son los valores del centroide y el ancho del pico a una altura de  $FWHM/2.35$  respectivamente, ambos obtenidos utilizando el programa CASSY.

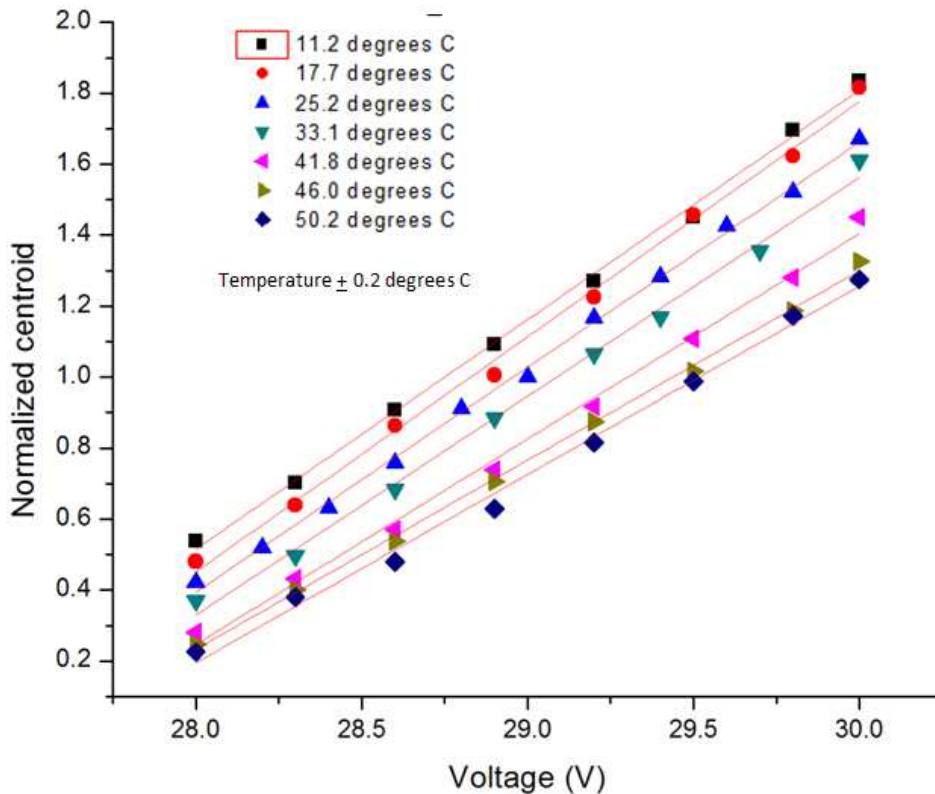


**Figura 4.2.** Curvas de variación de la resolución con el voltaje a temperatura constante

A base de estos resultados se pudo observar que la variación en la resolución energética con el voltaje era mínima y podía ser despreciada para los futuros estudios de compensación.

### 4.3 Variación del centroide normalizado con el voltaje a temperatura constante

Se obtuvieron distintos espectros variando el voltaje a temperaturas constantes, resultando en 7 curvas de los 11.2°C a 50.2°C, con una incertidumbre de  $\pm 0.2^\circ\text{C}$ . Se calcularon los valores del centroide de cada pico para cada espectro utilizando el CASSY. Finalmente, se graficó el centroide normalizado frente al voltaje. Este centroide normalizado tiene un valor de  $\mu/\mu_0$  donde  $\mu$  es el valor del centroide del pico en el espectro particular y  $\mu_0$  es el valor del centroide en las condiciones óptimas (74.9 canales).



**Figura 4.3.** *Curvas de variación del centroide normalizado con el voltaje a temperatura constante*

Una vez obtenido el gráfico se procedió a realizar ajustes lineales para cada curva para luego llevar a cabo los cálculos para la compensación. El ajuste tendría el siguiente comportamiento:



$$\frac{\mu}{\mu_0} = \alpha_V(T)V + b$$

Tabla 4.1

| Temperatura<br>( $\pm 0.2^\circ\text{C}$ ) | Pendiente:<br>$\alpha_V(T)$ ( $\text{V}^{-1}$ ) | Intercepto | $R^2$ |
|--|---|------------|-------|
| 11.2                                       | 0.647   | -17.601    | 0.998 |
| 17.7                                       | 0.663   | -18.107    | 0.997 |
| 25.2                                       | 0.634   | -17.363    | 0.998 |
| 33.1                                       | 0.617   | -16.940    | 0.996 |
| 41.8                                       | 0.579   | -15.793    | 0.995 |
| 46.0                                       | 0.534   | -14.708    | 0.998 |
| 50.2                                       | 0.531   | -14.669    | 0.994 |

Para calcular el porcentaje de error en los valores de los centroides se utilizaron los ajustes lineales obtenidos de las curvas. Sabiendo que la incertidumbre en el voltaje (el cual se midió a un lugar decimal) es de  $\pm 0.05\text{V}$ , se procedió a calcular (para cada uno de los 7 ajustes):

$$\mu_- = \mu(V - 0.05(V))$$

$$\mu_V = \mu(V)$$

$$\mu_+ = \mu(V + 0.05(V))$$

Donde  $V$  es un valor de voltaje arbitrario. Una vez obtenidos estos 3 valores para cada curva, se calculó el porcentaje de error de la siguiente manera:

$$\%error = \frac{\alpha}{\mu_V} \times 100$$

Donde  $\alpha = \frac{|\mu_+ - \mu_-|}{2}$ .

El resultado en este caso fue de **2.4%**.

#### 4.4 Variación de la resolución con la temperatura a voltaje constante

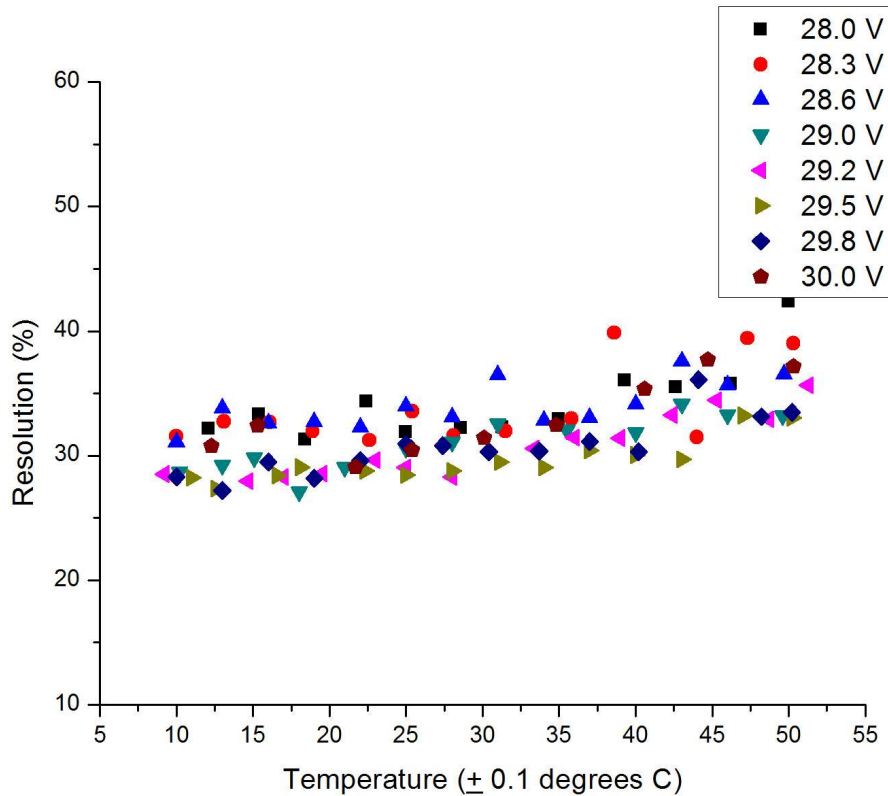


Figure 4.4. *Curvas de variación de la resolución con la temperatura a voltaje constante*

Al igual que para el caso de voltaje variable a temperatura constante, se puede observar que no hay una variación significativa en la resolución en energías.

#### 4.5 Variación del centroide normalizado con la temperatura a voltaje constante

Se obtuvieron distintos espectros variando la temperatura a voltajes constantes, resultando en 8 curvas de los 28.0 V a los 30.0 V. Se calcularon los valores del centroide de cada pico para cada espectro utilizando el CASSY. Finalmente, se graficó el centroide normalizado frente la temperatura. Este centroide normalizado tiene un valor de  $\mu/\mu_0$  donde  $\mu$  es el valor del centroide del pico en el espectro particular y  $\mu_0$  es el valor del centroide en las condiciones óptimas (74.9 canales).

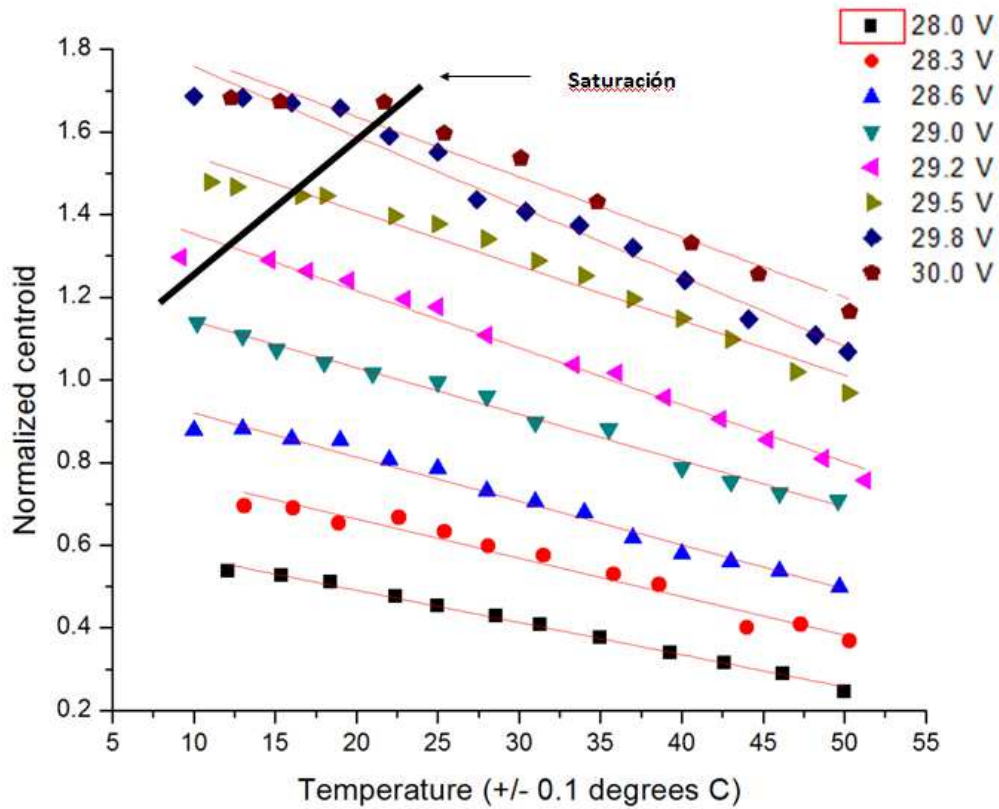


Figura 4.5. Curvas de variación del centroide normalizado con la temperatura a voltaje constante

Se puede observar que el SiPM SensL sufre un efecto de saturación para valores altos de voltaje (a partir de los 29.2 V) y bajos de temperatura (menores de 20°C). Una vez realizadas las gráficas se obtuvieron los valores de los ajustes lineales para las curvas, con el siguiente comportamiento:

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \alpha_T(V)T + b$$

Tabla 4.2

| Voltaje (V) | Pendiente: $\alpha_T(V)$ ( $^{\circ}C^{-1}$ ) | Intercepto | R <sup>2</sup> |
|-------------|---|------------|----------------|
| 28.0        | -0.00780                                      | 0.647      | 0.9949         |
| 28.3        | -0.00950                                      | 0.823      | 0.9647         |
| 28.6        | -0.0110                                       | 1.026      | 0.9813         |
| 29.0        | -0.0110                                       | 1.254      | 0.9900         |
| 29.2        | -0.0140                                       | 1.492      | 0.9827         |
| 29.5        | -0.0130                                       | 1.673      | 0.9694         |
| 29.8        | -0.0170                                       | 1.927      | 0.9770         |
| 30.0        | -0.0150                                       | 1.927      | 0.9538         |

Con estos valores se calculó el porcentaje de error de manera análoga al apartado 4.3. En este caso se utilizó como incertidumbre para la temperatura  $\pm 0.1^\circ\text{C}$ . Por lo tanto tenemos que en el caso de temperatura variable:

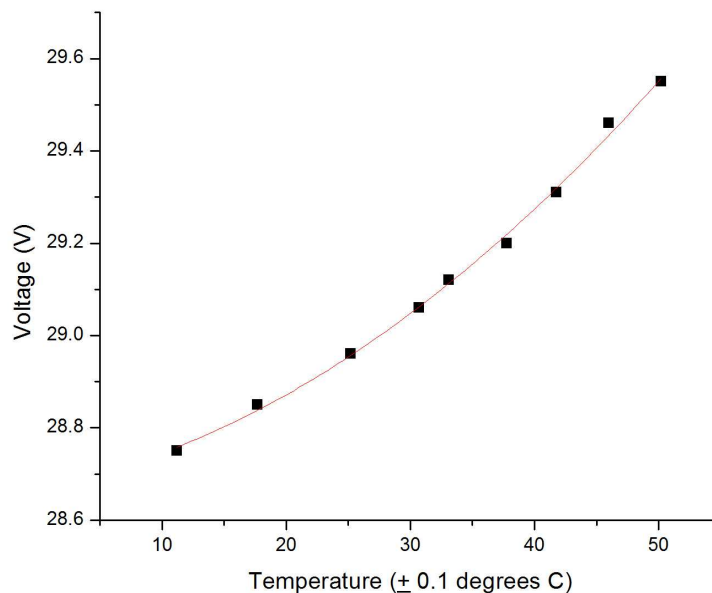
$$\%error = \frac{\alpha}{\mu_T} \times 100$$

El error en este caso es **0.1%**.

## 4.6 Compensación

Una vez obtenidos los ajustes lineales de ambas gráficas, se procedió a graficar los valores de voltaje frente a temperaturas (a cada  $0.1^\circ\text{C}$ ), de manera que se pueda determinar el voltaje necesario a una temperatura dada para obtener un espectro óptimo.

Para realizar dicha gráfica se utilizaron los ajustes previos, los cuales tenían el comportamiento lineal  $y = mx + b$ , donde  $y = \mu/\mu_0$ ,  $m = \alpha$  ( $\alpha_T(V)$  o  $\alpha_V(T)$  dependiendo el caso) y  $b$  es el intercepto. Utilizando la substitución  $\mu/\mu_0 = 1$  se despejó para el valor de  $V$  o  $T$  dependiendo el caso. Esto resultó en una curva de 9 puntos. Una vez obtenida la curva se realizó un ajuste polinomial utilizando el programa ORIGIN. La siguiente gráfica representa los resultados de dicho proceso.



**Figura 4.6. Curva de compensación para el SiPM SensL**

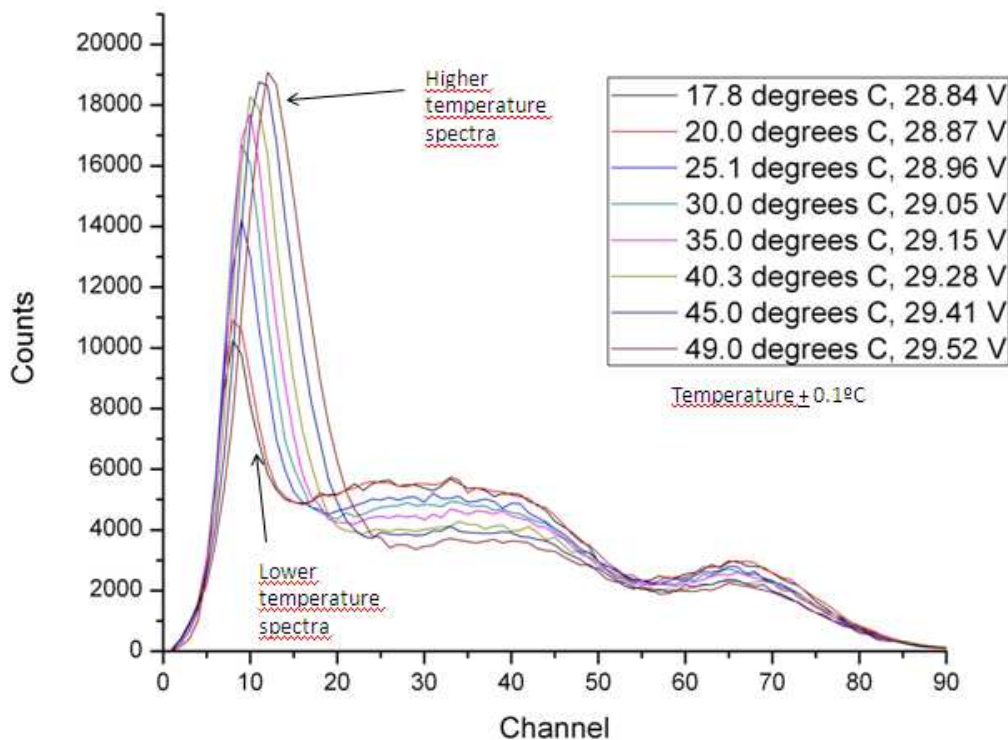
*Ajuste polinomial:*

$$V(V) = 2.52 \cdot 10^{-4} (V / ^\circ C) T(^{\circ}C)^2 + 5.04 \cdot 10^{-3} (V / ^\circ C) T(^{\circ}C) + 28.670(V)$$

Para obtener el valor del porcentaje de error de este ajuste se suman los errores calculados en los apartados 4.3 y 4.5:

$$2.4 \% + 0.1 \% = \mathbf{2.5 \%}$$

Una vez obtenida la expresión para el voltaje como función de la temperatura se desarrolló una tabla con los valores del voltaje para temperaturas del rango de 10°C a 50°C (cada 0.1°C). Luego se obtuvieron espectros a distintas temperaturas aplicando los voltajes de compensación para verificar el funcionamiento del método. Se utilizaron los mismos parámetros descritos en el apartado 3.3.1. La Figura 4.7 muestra dichos espectros superpuestos en una gráfica comparativa.



**Figura 4.7. Comprobación de la curva de compensación para el SiPM SensL.**

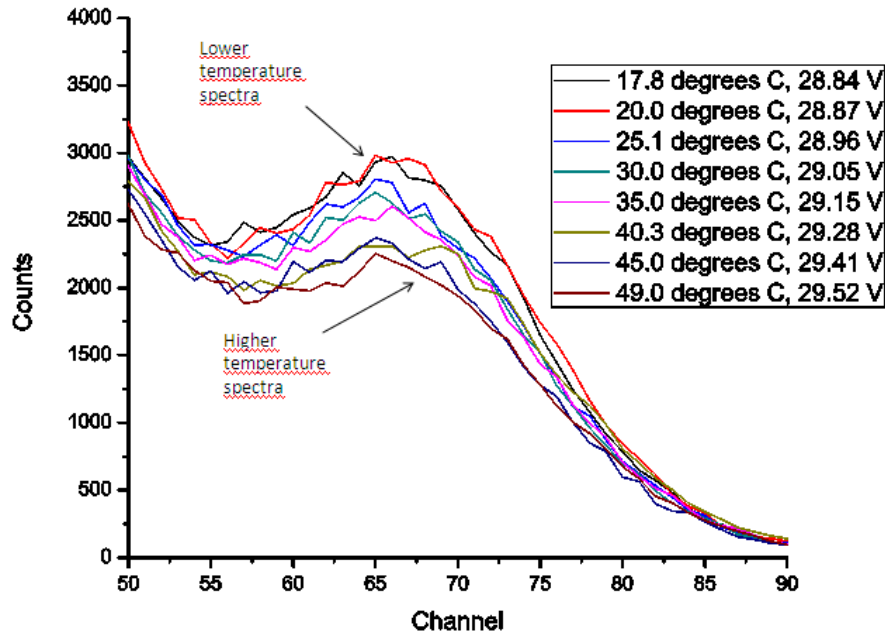


Figura 4.8. Vista en detalle de los fotopicos del  $^{137}\text{Cs}$  para los espectros tomados.

Tabla 4.3

| Temperatura<br>( $\pm 0.1^\circ\text{C}$ ) | Voltaje<br>(V) | Variación<br>del centroide (%) |
|--|----------------|--------------------------------|
| 17.8                                       | 28.84          | 0.5                            |
| 20.0                                       | 28.87          | 0.2                            |
| 25.1                                       | 28.96          | 0.0                            |
| 30.0                                       | 29.05          | 0.2                            |
| 35.0                                       | 29.15          | 0.6                            |
| 40.3                                       | 29.28          | 0.3                            |
| 45.0                                       | 29.41          | 0.5                            |
| 49.0                                       | 29.52          | 0.8                            |

Se ha logrado mantener un centroide óptimo de por medio de la compensación establecida, en un rango de  $17.8^\circ\text{C}$  a  $49.0^\circ\text{C}$ , con una desviación promedio de 0.4% (con referencia al centroide en  $25.1^\circ\text{C}$ ). A pesar de que la ganancia se ha estabilizado razonablemente, se observa que la cantidad de ruido en el espectro aumenta significativamente con la temperatura. Esto se debe (como indicado en el apartado 2.3.1) a un incremento en la corriente oscura con la temperatura y el voltaje. Se comprueba entonces, que pese a la estabilización de la ganancia la corriente oscura aumenta causando más ruido en el espectro. De estos resultados se establece también

que para el rango de temperaturas de 10°C a 50°C el SiPM SensL produce un espectro óptimo bajo voltajes de alimentación entre los 28.74 V y 29.55 V. Se puede observar también que el  $\mu_0$  es de 63.3 canales, indicando alrededor de un 15% de desviación del  $\mu_0$  establecido en el apartado 4.1 (74.9 canales). Esto se debe al cambio de celda. Las pruebas de voltaje variable a temperatura constante y las de temperatura variable a voltaje constante fueron realizadas colocando el cristal centellador sobre la celda 3. Las pruebas de compensación se llevaron a cabo sobre la celda 18. Estos resultados nos indican que las celdas del SiPM SensL tienen distintas ganancias.

## Capítulo 5

### Resultados SiPM Hamamatsu

Al igual que para el SiPM SensL, para el SiPM Hamamatsu se obtuvieron resultados de dos tipos: manteniendo la temperatura constante y variando el voltaje, y manteniendo el voltaje constante y variando la temperatura. Durante las mediciones se obtuvieron los valores de los centroides del pico de  $^{137}\text{Cs}$  para cada espectro, al igual que el valor de su resolución, tanto para estudiar las variaciones como para obtener el espectro óptimo.

#### 5.1 Condiciones óptimas

Para obtener las condiciones óptimas del SiPM Hamamatsu (es decir, el voltaje y la temperatura a la cual se obtiene el espectro con mejor resolución y valor de centroide razonable) se llevaron a cabo las mediciones con los parámetros descritos en el Capítulo 3. De acuerdo a los resultados y utilizando como referencia el voltaje de operación establecido en el Manual del MPPC Hamamatsu (2010). (Voltage recomendado de +69.5 a +70.0 V), así como el valor de la temperatura ambiente a 25°C, se estableció como condición óptima el espectro obtenido a 69.55 V y 25°C:

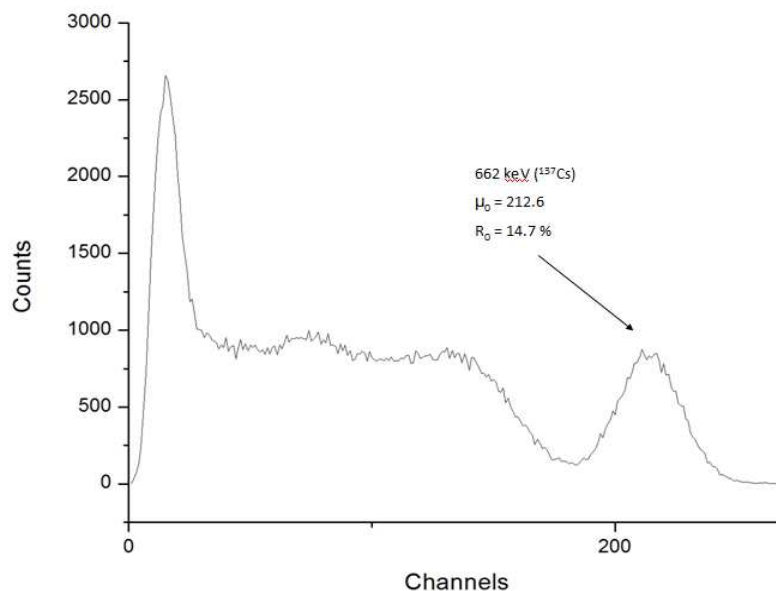


Figura 5.1. Espectro de una fuente de  $^{137}\text{Cs}$  con el SiPM Hamamatsu bajo condiciones óptimas

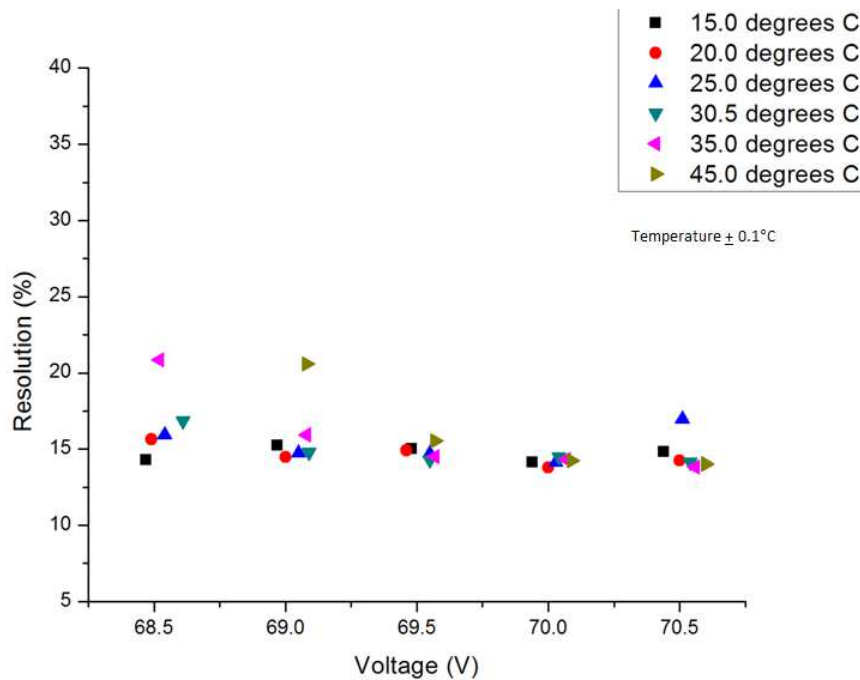


## 5.2 Variación de la resolución con el voltaje a temperatura constante

La resolución del pico fue calculada de la siguiente manera:

$$R = \left( \frac{2.35 \cdot \sigma}{\mu} \right) \times 100$$

donde  $\mu$  y  $\sigma$  son los valores del centroide y el ancho del pico a una altura de  $FWHM/2.35$  respectivamente, ambos obtenidos utilizando el programa CASSY.

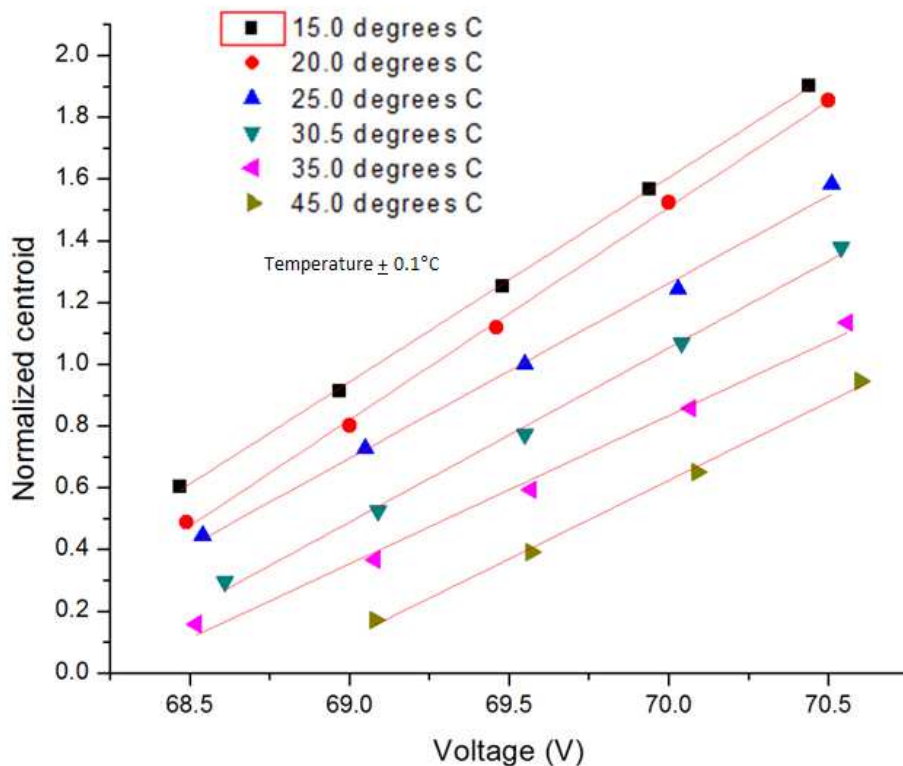


**Figura 5.2.** *Curvas de variación de la resolución con el voltaje a temperatura constante*

A base de estos resultados se pudo observar que la variación en la resolución energética con el voltaje era mínima y podía ser despreciada para los futuros estudios de compensación.

### 5.3 Variación del centroide normalizado con el voltaje a temperatura constante

Se obtuvieron distintos espectros variando el voltaje a temperaturas constantes, resultando en 6 curvas de los 15.0°C a 45.0°C, con una incertidumbre de  $\pm 0.1^\circ\text{C}$ . Se calcularon los valores del centroide de cada pico para cada espectro utilizando el CASSY. Finalmente, se graficó el centroide normalizado frente al voltaje. Este centroide normalizado tiene un valor de  $\mu/\mu_0$  donde  $\mu$  es el valor del centroide del pico en el espectro particular y  $\mu_0$  es el valor del centroide en las condiciones óptimas (212.6 canales).



**Figura 5.3.** *Curvas de la variación del centroide normalizado con el voltaje a temperatura constante*

Una vez obtenido el gráfico se procedió a realizar ajustes lineales para cada curva para luego llevar a cabo los cálculos para la compensación. Los ajustes tendrían el siguiente comportamiento:

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \alpha_v(T)V + b$$

Tabla 5.1

| Temperatura<br>( $\pm 0.1^\circ\text{C}$ ) | Pendiente:<br>$\alpha_v(T)$ ( $\text{V}^{-1}$ ) | Intercepto | $R^2$  |
|--|---|------------|--------|
| 15.0                                       | 0.661   | -44.700    | 0.9997 |
| 20.0                                       | 0.688   | -46.670    | 0.9990 |
| 25.0                                       | 0.567   | -38.420    | 0.9969 |
| 30.5                                       | 0.563   | -38.390    | 0.9973 |
| 35.0                                       | 0.480   | -32.810    | 0.9931 |
| 45.0                                       | 0.508   | -34.960    | 0.9969 |

Procediendo para calcular el error de la misma manera explicada en el apartado 4.3 (pero considerando una incertidumbre de  $\pm 0.005$  V dado que el voltaje se midió a dos decimales) obtenemos un porcentaje de error de **0.4%**.

## 5.4 Variación de la resolución con la temperatura a voltaje constante

Calculando la resolución de la misma manera que para el apartado 4.2, se obtuvo la siguiente gráfica:

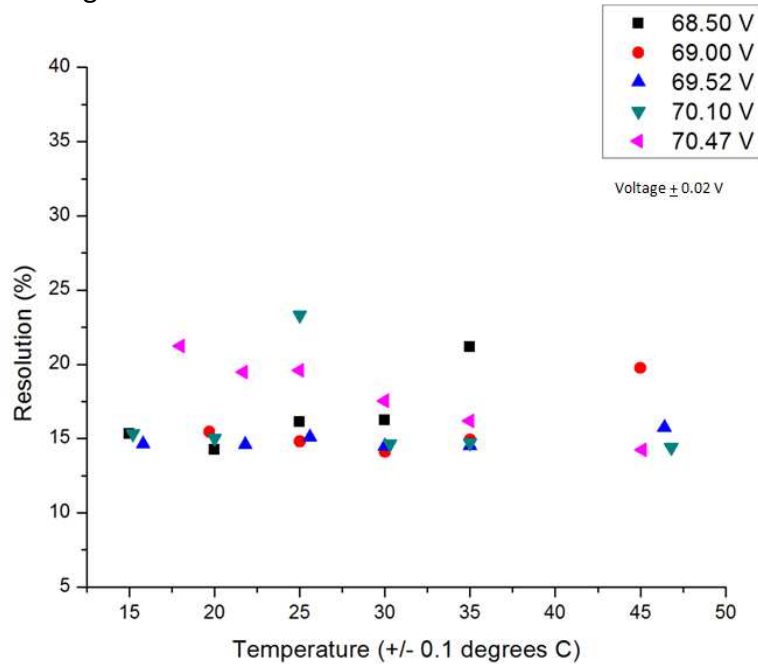


Figura 5.4. Curvas de la variación de la resolución con la temperatura a voltaje constante

Al igual que para el caso de voltaje variable a temperatura constante, se puede observar que no hay una variación significativa en la resolución en energías.

## 5.5 Variación del centroide normalizado con la temperatura a voltaje constante

Se obtuvieron distintos espectros variando la temperatura a voltajes constantes, resultando en 5 curvas de los 68.50 V a los 70.46 V, con una incertidumbre de  $\pm 0.02$  V. Se calcularon los valores del centroide de cada pico para cada espectro utilizando el CASSY. Finalmente, se graficó el centroide normalizado frente la temperatura. Este centroide normalizado tiene un valor de  $\mu/\mu_0$  donde  $\mu$  es el valor del centroide del pico en el espectro particular y  $\mu_0$  es el valor del centroide en las condiciones óptimas (212.6 canales).

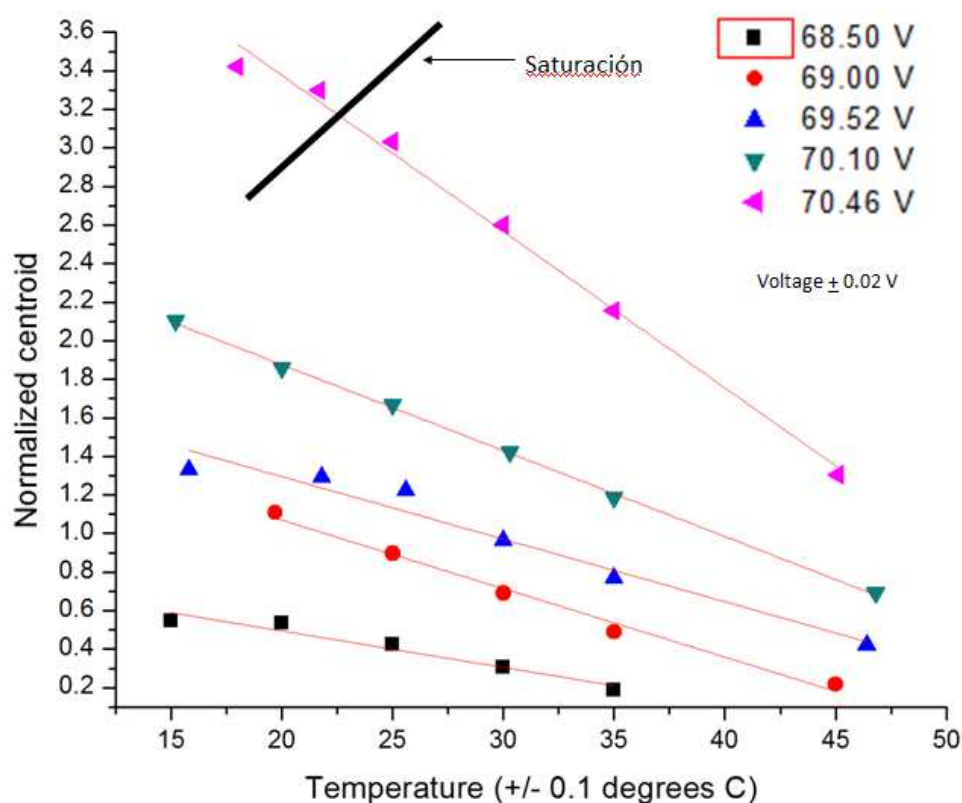


Figura 5.5. Curvas de variación del centroide normalizado con la temperature a voltaje constante

Se puede observar que el SiPM Hamamatsu sufre un efecto de saturación para el valor máximo de voltaje y valores de temperatura menores de 20°C. Una vez realizadas las gráficas se obtuvieron los valores de los ajustes lineales para las curvas, con el siguiente comportamiento:

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \alpha_T(V)T + b$$

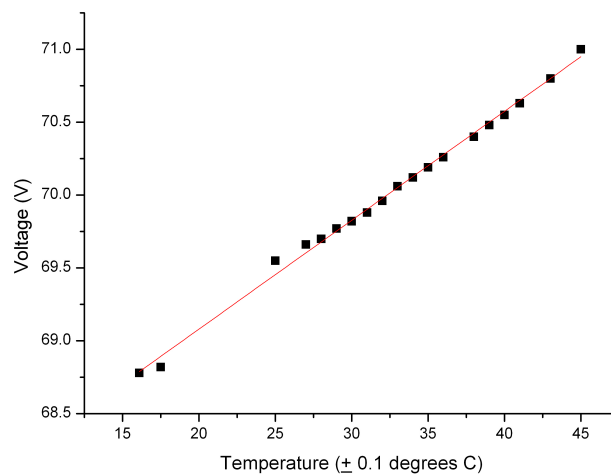
**Tabla 5.2**

| Voltaje<br>(± 0.02 V) | Pendiente:<br>$\alpha_T(V)$ (°C <sup>-1</sup> ) | Intercepto | R <sup>2</sup> |
|-----------------------|---|------------|----------------|
| 68.50                 | -0.0190   | 0.875      | 0.9531         |
| 69.00                 | -0.0355   | 1.779      | 0.9896         |
| 69.52                 | -0.0324   | 1.944      | 0.9571         |
| 70.10                 | -0.0446   | 2.767      | 0.9991         |
| 70.46                 | -0.0810   | 4.996      | 0.9925         |

Procediendo para el cálculo del error de la misma manera explicada en el apartado 4.5 obtenemos un valor de **0.4%**.

## 5.6 Compensación

De manera análoga al proceso de compensación para el SensL (descrita en el apartado 4.6) se obtuvo una curva relacionando el voltaje de polarización con la temperatura. A dicha curva se le hizo un ajuste lineal (contrario al SensL que fue polinomial).



**Figura 5.6. Curva de compensación para el SiPM Hamamatsu**

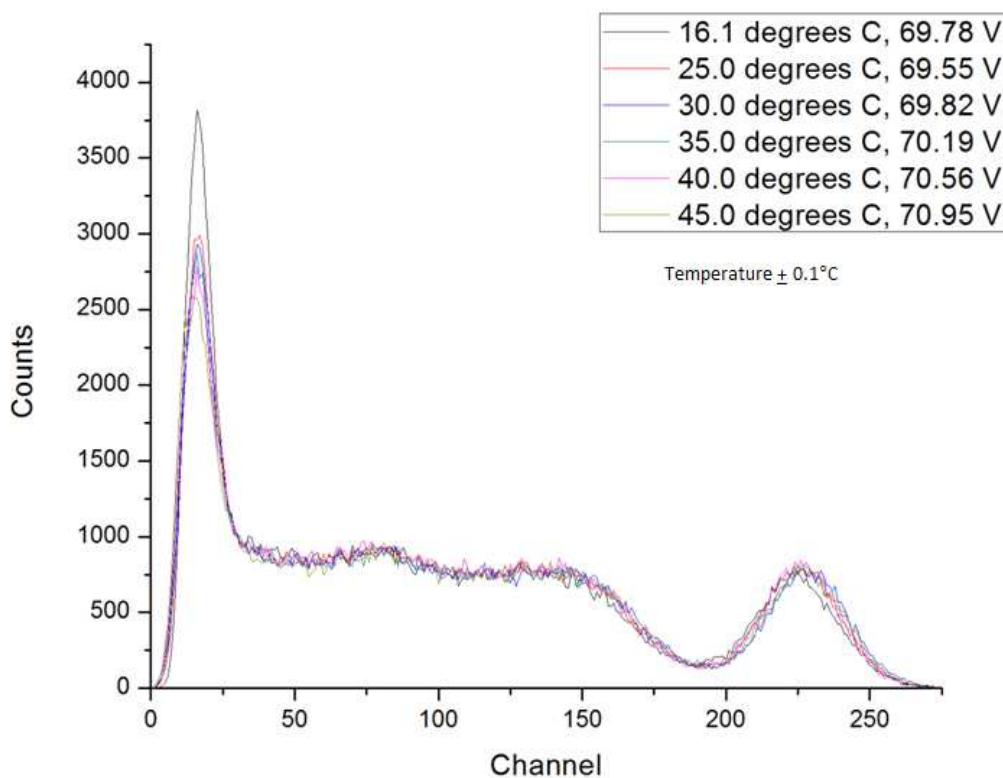
*Ajuste lineal:*

$$V(V) = 0.0748(V/^{\circ}C)T(^{\circ}C) + 67.584(V)$$

Para obtener el porcentaje de error del previo ajuste se suman los errores obtenidos en los apartados 5.3 y 5.5:

$$0.4 \% + 0.4 \% = \mathbf{0.8 \%}$$

Una vez obtenida la expresión para el voltaje como función de la temperatura se desarrolló una tabla con los valores del voltaje para temperaturas del rango de 10°C a 50°C (cada 0.1°C). Luego se obtuvieron espectros a distintas temperaturas aplicando los voltajes de compensación para verificar el funcionamiento del método. Se utilizaron los mismos parámetros del apartado 3.3.2. La Figura 5.7 muestra dichos espectros superpuestos en una gráfica comparativa.



**Figura 5.7. Comprobación de la curva de compensación para el SiPM Hamamatsu**

Tabla 5.3

| Temperatura<br>(+ 0.1°C) | Voltaje<br>(V) | Variación del<br>centroide (%) |
|--------------------------|----------------|--------------------------------|
| 16.1                     | 68.78          | 0.8                            |
| 25.0                     | 69.55          | 0.0                            |
| 30.0                     | 69.82          | 1.2                            |
| 35.0                     | 70.19          | 0.6                            |
| 40.0                     | 70.56          | 0.1                            |
| 45.0                     | 70.95          | 0.8                            |

Se ha logrado mantener una ganancia fija con los valores de voltaje obtenidos mediante la ecuación de compensación. Se puede observar que el nivel de ruido es básicamente el mismo para los 6 espectros, lo cual implica que el SiPM Hamamatsu es de mejor calidad que el SiPM SensL. La variación del centroide tiene un promedio de 0.7%, utilizando como referencia el de 25.0°C a 69.55 V (con un valor de 224.4 canales). Este centroide óptimo varía del indicado en el apartado 5.1 (212.6 canales) por un 5.5%.

## 5.7 Saturación

Para estudiar la saturación del SiPM Hamamatsu, se utilizaron los parámetros descritos en el Capítulo 3. Luego se realizó una gráfica de los valores de los centroides frente a sus energías. La siguiente figura muestra el resultado: una curva con un ajuste no lineal (negra) junto a otra de comportamiento lineal (roja) representando la linealidad del detector. La tabla que le sigue muestra los valores de los ajustes realizados.

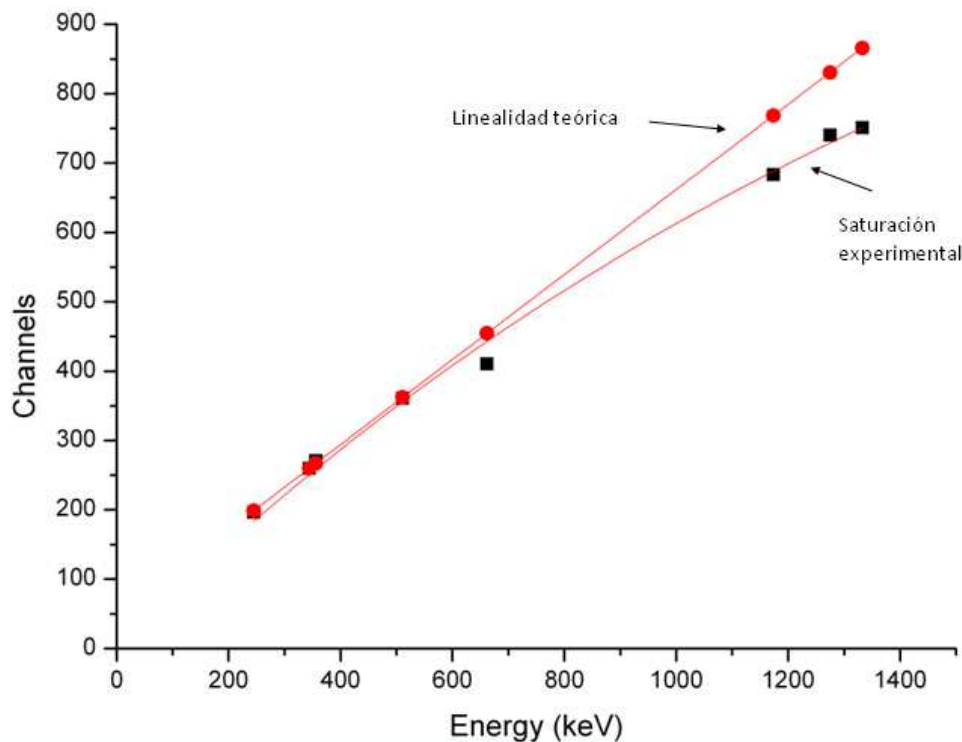


Figura 5.6. Curva de saturación y linealidad del SiPM Hamamatsu.

Tabla 5.3

| Ajuste     | Ecuación                | Parámetros                |
|------------|-------------------------|---------------------------|
| Saturación | $y = A [1 - \exp(-bx)]$ | a = 1419.3<br>b = 5.7E-04 |
| Lineal     | $y = m \cdot x + n$     | m = 0.61<br>n = 48.97     |

Una vez obtenida la relación entre los canales y las energías debido a la saturación experimental se procedió corregir la linealidad del SiPM Hamamatsu. Sabiendo que el número de píxeles activados es proporcional al número de canales de un centroide, y que el número de fotones incidentes es proporcional a la energía de un fotopico tenemos la siguiente relación:



$$N_{Fired} = N_{Total} \left[ 1 - \exp\left(\frac{-N_{Photon} \times PDE}{N_{Total}}\right) \right] \rightarrow ch = a [1 - \exp(-bE(keV))]$$

Despejando para la energía en función de canales tenemos:

$$E(keV) = \frac{\ln\left(1 - \frac{ch}{a}\right)}{-b}$$

Donde a y b son los valores del ajuste de saturación en la Tabla 5.3. Utilizando esta relación y multiplicando el número de cuentas por un factor  $\frac{\Delta ch}{\Delta E}$  para corregir la distribución (explicado más detalladamente en el apartado 2.3.2 se obtiene el espectro frente a energías con linealidad corregida. La Figura 5.7 muestra la comparación de un espectro de  $^{22}\text{Na}$  bajo el efecto de saturación y con linealidad corregida.

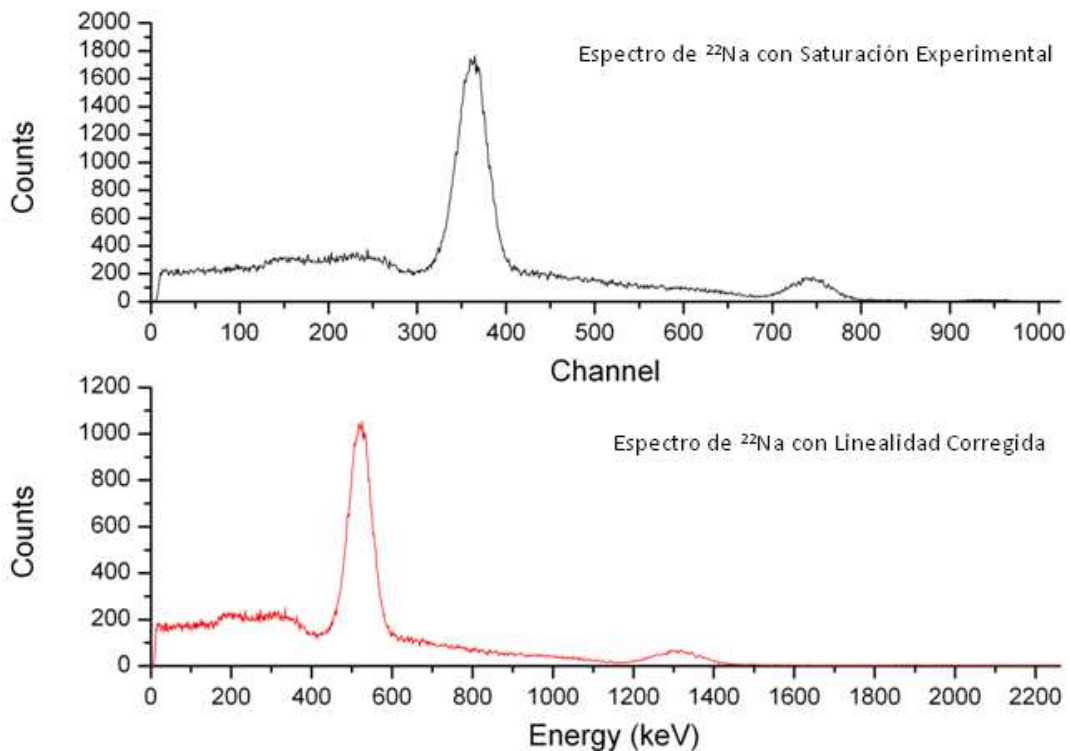


Figura 5.7. Comparación de un espectro de una fuente de  $^{22}\text{Na}$  frente a canales y frente a energías.

Se puede observar que el espectro frente a energías (correspondiente al espectro de linealidad corregida) está más comprimido que el espectro frente a canales (correspondiente al espectro de saturación experimental). Además se observa que el número de cuentas en el espectro frente a energías es menor, esto debido a la modificación de la distribución de cuentas con la derivada explicada en el apartado 2.3.2. Este cambio en número de cuentas se debe al ajuste de la escala. La escala de canales tiene un máximo en 1024 canales, mientras que la correspondiente energía máxima es de unos 2061 keV. Debido a esta expansión la información de las cuentas en los histogramas se verá reajustada en una escala más amplia, causando una disminución en la escala de cuentas.

## Capítulo 6

### Conclusiones

Se ha realizado una caracterización de los SiPM SensL y Hamamatsu, en particular la dependencia de sus ganancias con la temperatura. Con estos resultados hemos logrado establecer un método de compensación con tal de mantener una ganancia fija para ambos detectores. Dicho método consiste en compensar los cambios en temperatura por medio de la aplicación de un valor particular de voltaje de polarización. Para ello se ha desarrollado una ecuación del voltaje como función de la temperatura. En el caso del SiPM SensL, dicha ecuación es de tipo polinomial. Para el SiPM Hamamatsu es de tipo lineal. Se ha visto que la ganancia por celda del SiPM SensL varía, factor que será objeto de futuras caracterizaciones de dicho detector. Además se ha observado un efecto de saturación para voltajes mayores de 29.2 V y temperaturas menores de 20°C. Para el caso del Hamamatsu la saturación toma efecto a las mismas temperaturas a partir de los 70.46 V. Adicionalmente, se ha realizado el estudio de la saturación del SiPM Hamamatsu con el fin de corregir la linealidad. Con estos resultados se ha logrado un avance en la caracterización de los SiPM para contribuir a su futuro uso en campos como la física médica, entre otros.

## Capítulo 7

### Bibliografía

CREMAT, INC. CR-200 Gaussian Shaping Amplifier: Application Guide. 2008. Watertown

NNDC. Chart of Nuclides. usa: Broohaven National Laboratory. [Online]. Available: <http://www.nndc.bnl.gov/chart/>

“SensL: SPMArray4 Four Side Tileable Large Area SPM Detector & SPMArray4 Pre-Amplification 16 channel Readout Electronics *User’s Guide*” (2009)

España, S. *et. al.* “Performance Evaluation of SiPM Photodetectors for PET Imaging in the Presence of Magnetic Fields”, *Nucl. Inst. Meth. Phys.* 2009, Section A, vol. 613 n. 2 308-316

Hamamatsu, *Solid State Division*, MPPC Multi-Pixel Photon Counter, 2007, 2008, 2009, and 2010

Kaplan, “Correction of SiPM Temperature Dependencies”, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 610 (2009) 114-117

Knoll, Glenn F. “Radiation Detection and Measurement, 3rd Ed.” 2000, New York Wiley

Kobayashi, M. Introduction to Scintillators. 2003

Krane, Kenneth S. “Introductory Nuclear Physics” 1988, Wiley & Sons

Leo, W.R. “Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments : A How-to Approach” 1987, New York Heidelberg

Ramili, “Characterization of SiPM: temperature dependencies”, Proceeding: *XI Topical Seminar on Innovative Particle and Radiation Detectors*, Siena, 2008.

Ramili *et al.* , “Silicon Photomultipliers: Characterization and Applications”, Intech, 2012.

Ramírez Jiménez, Francisco Javier. Mondragon Contreras, Luis. Torres Bribiesca, Marco Antonio. Test Procedure for PIN Diode Radiation Detectors. Procedure N° MRNI-508 REV. D0. 2008. Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares (México)

Saint-Gobain Crystals , “Absorption Efficiency Calculator”, [www.detectors.saint-gobain.com](http://www.detectors.saint-gobain.com).

## Anexo

**Tabla de valores de voltajes de compensación para distintas temperaturas (SiPM SensL). Los valores en rojo son los espectros de comprobación representados en el apartado 4.6.**

| Temperatura (°C) | Voltaje (V) |      |        |      |        |
|------------------|-------------|------|--------|------|--------|
| 10.0             | 28.746      | 13.5 | 28.784 | 17.0 | 28.829 |
| 10.1             | 28.747      | 13.6 | 28.785 | 17.1 | 28.830 |
| 10.2             | 28.748      | 13.7 | 28.786 | 17.2 | 28.831 |
| 10.3             | 28.749      | 13.8 | 28.788 | 17.3 | 28.833 |
| 10.4             | 28.750      | 13.9 | 28.789 | 17.4 | 28.834 |
| 10.5             | 28.751      | 14.0 | 28.790 | 17.5 | 28.835 |
| 10.6             | 28.752      | 14.1 | 28.791 | 17.6 | 28.837 |
| 10.7             | 28.753      | 14.2 | 28.792 | 17.7 | 28.838 |
| 10.8             | 28.754      | 14.3 | 28.794 | 17.8 | 28.840 |
| 10.9             | 28.755      | 14.4 | 28.795 | 17.9 | 28.841 |
| 11.0             | 28.756      | 14.5 | 28.796 | 18.0 | 28.842 |
| 11.1             | 28.757      | 14.6 | 28.797 | 18.1 | 28.844 |
| 11.2             | 28.758      | 14.7 | 28.799 | 18.2 | 28.845 |
| 11.3             | 28.759      | 14.8 | 28.800 | 18.3 | 28.847 |
| 11.4             | 28.760      | 14.9 | 28.801 | 18.4 | 28.848 |
| 11.5             | 28.761      | 15.0 | 28.802 | 18.5 | 28.850 |
| 11.6             | 28.762      | 15.1 | 28.804 | 18.6 | 28.851 |
| 11.7             | 28.764      | 15.2 | 28.805 | 18.7 | 28.852 |
| 11.8             | 28.765      | 15.3 | 28.806 | 18.8 | 28.854 |
| 11.9             | 28.766      | 15.4 | 28.807 | 18.9 | 28.855 |
| 12.0             | 28.767      | 15.5 | 28.809 | 19.0 | 28.857 |
| 12.1             | 28.768      | 15.6 | 28.810 | 19.1 | 28.858 |
| 12.2             | 28.769      | 15.7 | 28.811 | 19.2 | 28.860 |
| 12.3             | 28.770      | 15.8 | 28.813 | 19.3 | 28.861 |
| 12.4             | 28.771      | 15.9 | 28.814 | 19.4 | 28.863 |
| 12.5             | 28.772      | 16.0 | 28.815 | 19.5 | 28.864 |
| 12.6             | 28.774      | 16.1 | 28.817 | 19.6 | 28.866 |
| 12.7             | 28.775      | 16.2 | 28.818 | 19.7 | 28.867 |
| 12.8             | 28.776      | 16.3 | 28.819 | 19.8 | 28.869 |
| 12.9             | 28.777      | 16.4 | 28.820 | 19.9 | 28.870 |
| 13.0             | 28.778      | 16.5 | 28.822 | 20.0 | 28.872 |
| 13.1             | 28.779      | 16.6 | 28.823 | 20.1 | 28.873 |
| 13.2             | 28.781      | 16.7 | 28.825 | 20.2 | 28.875 |
| 13.3             | 28.782      | 16.8 | 28.826 | 20.3 | 28.876 |
| 13.4             | 28.783      | 16.9 | 28.827 | 20.4 | 28.878 |

|      |        |      |        |      |        |
|------|--------|------|--------|------|--------|
| 20.5 | 28.879 | 24.8 | 28.950 | 29.1 | 29.030 |
| 20.6 | 28.881 | 24.9 | 28.952 | 29.2 | 29.032 |
| 20.7 | 28.882 | 25.0 | 28.953 | 29.3 | 29.034 |
| 20.8 | 28.884 | 25.1 | 28.955 | 29.4 | 29.036 |
| 20.9 | 28.885 | 25.2 | 28.957 | 29.5 | 29.038 |
| 21.0 | 28.887 | 25.3 | 28.959 | 29.6 | 29.040 |
| 21.1 | 28.889 | 25.4 | 28.961 | 29.7 | 29.042 |
| 21.2 | 28.890 | 25.5 | 28.962 | 29.8 | 29.044 |
| 21.3 | 28.892 | 25.6 | 28.964 | 29.9 | 29.046 |
| 21.4 | 28.893 | 25.7 | 28.966 | 30.0 | 29.048 |
| 21.5 | 28.895 | 25.8 | 28.968 | 30.1 | 29.050 |
| 21.6 | 28.896 | 25.9 | 28.969 | 30.2 | 29.052 |
| 21.7 | 28.898 | 26.0 | 28.971 | 30.3 | 29.054 |
| 21.8 | 28.900 | 26.1 | 28.973 | 30.4 | 29.056 |
| 21.9 | 28.901 | 26.2 | 28.975 | 30.5 | 29.058 |
| 22.0 | 28.903 | 26.3 | 28.977 | 30.6 | 29.060 |
| 22.1 | 28.904 | 26.4 | 28.979 | 30.7 | 29.062 |
| 22.2 | 28.906 | 26.5 | 28.980 | 30.8 | 29.064 |
| 22.3 | 28.908 | 26.6 | 28.982 | 30.9 | 29.066 |
| 22.4 | 28.909 | 26.7 | 28.984 | 31.0 | 29.068 |
| 22.5 | 28.911 | 26.8 | 28.986 | 31.1 | 29.070 |
| 22.6 | 28.913 | 26.9 | 28.988 | 31.2 | 29.072 |
| 22.7 | 28.914 | 27.0 | 28.990 | 31.3 | 29.074 |
| 22.8 | 28.916 | 27.1 | 28.992 | 31.4 | 29.077 |
| 22.9 | 28.918 | 27.2 | 28.993 | 31.5 | 29.079 |
| 23.0 | 28.919 | 27.3 | 28.995 | 31.6 | 29.081 |
| 23.1 | 28.921 | 27.4 | 28.997 | 31.7 | 29.083 |
| 23.2 | 28.923 | 27.5 | 28.999 | 31.8 | 29.085 |
| 23.3 | 28.924 | 27.6 | 29.001 | 31.9 | 29.087 |
| 23.4 | 28.926 | 27.7 | 29.003 | 32.0 | 29.089 |
| 23.5 | 28.928 | 27.8 | 29.005 | 32.1 | 29.091 |
| 23.6 | 28.929 | 27.9 | 29.007 | 32.2 | 29.093 |
| 23.7 | 28.931 | 28.0 | 29.009 | 32.3 | 29.095 |
| 23.8 | 28.933 | 28.1 | 29.010 | 32.4 | 29.098 |
| 23.9 | 28.934 | 28.2 | 29.012 | 32.5 | 29.100 |
| 24.0 | 28.936 | 28.3 | 29.014 | 32.6 | 29.102 |
| 24.1 | 28.938 | 28.4 | 29.016 | 32.7 | 29.104 |
| 24.2 | 28.939 | 28.5 | 29.018 | 32.8 | 29.106 |
| 24.3 | 28.941 | 28.6 | 29.020 | 32.9 | 29.108 |
| 24.4 | 28.943 | 28.7 | 29.022 | 33.0 | 29.110 |
| 24.5 | 28.945 | 28.8 | 29.024 | 33.1 | 29.113 |
| 24.6 | 28.946 | 28.9 | 29.026 | 33.2 | 29.115 |
| 24.7 | 28.948 | 29.0 | 29.028 | 33.3 | 29.117 |

|      |        |      |        |      |        |
|------|--------|------|--------|------|--------|
| 33.4 | 29.119 | 37.7 | 29.218 | 42.0 | 29.326 |
| 33.5 | 29.121 | 37.8 | 29.220 | 42.1 | 29.328 |
| 33.6 | 29.124 | 37.9 | 29.223 | 42.2 | 29.331 |
| 33.7 | 29.126 | 38.0 | 29.225 | 42.3 | 29.334 |
| 33.8 | 29.128 | 38.1 | 29.227 | 42.4 | 29.336 |
| 33.9 | 29.130 | 38.2 | 29.230 | 42.5 | 29.339 |
| 34.0 | 29.132 | 38.3 | 29.232 | 42.6 | 29.341 |
| 34.1 | 29.135 | 38.4 | 29.235 | 42.7 | 29.344 |
| 34.2 | 29.137 | 38.5 | 29.237 | 42.8 | 29.347 |
| 34.3 | 29.139 | 38.6 | 29.240 | 42.9 | 29.349 |
| 34.4 | 29.141 | 38.7 | 29.242 | 43.0 | 29.352 |
| 34.5 | 29.144 | 38.8 | 29.245 | 43.1 | 29.355 |
| 34.6 | 29.146 | 38.9 | 29.247 | 43.2 | 29.357 |
| 34.7 | 29.148 | 39.0 | 29.249 | 43.3 | 29.360 |
| 34.8 | 29.150 | 39.1 | 29.252 | 43.4 | 29.363 |
| 34.9 | 29.153 | 39.2 | 29.254 | 43.5 | 29.366 |
| 35.0 | 29.155 | 39.3 | 29.257 | 43.6 | 29.368 |
| 35.1 | 29.157 | 39.4 | 29.259 | 43.7 | 29.371 |
| 35.2 | 29.159 | 39.5 | 29.262 | 43.8 | 29.374 |
| 35.3 | 29.162 | 39.6 | 29.264 | 43.9 | 29.376 |
| 35.4 | 29.164 | 39.7 | 29.267 | 44.0 | 29.379 |
| 35.5 | 29.166 | 39.8 | 29.269 | 44.1 | 29.382 |
| 35.6 | 29.168 | 39.9 | 29.272 | 44.2 | 29.384 |
| 35.7 | 29.171 | 40.0 | 29.274 | 44.3 | 29.387 |
| 35.8 | 29.173 | 40.1 | 29.277 | 44.4 | 29.390 |
| 35.9 | 29.175 | 40.2 | 29.279 | 44.5 | 29.393 |
| 36.0 | 29.178 | 40.3 | 29.282 | 44.6 | 29.395 |
| 36.1 | 29.180 | 40.4 | 29.284 | 44.7 | 29.398 |
| 36.2 | 29.182 | 40.5 | 29.287 | 44.8 | 29.401 |
| 36.3 | 29.185 | 40.6 | 29.290 | 44.9 | 29.404 |
| 36.4 | 29.187 | 40.7 | 29.292 | 45.0 | 29.406 |
| 36.5 | 29.189 | 40.8 | 29.295 | 45.1 | 29.409 |
| 36.6 | 29.192 | 40.9 | 29.297 | 45.2 | 29.412 |
| 36.7 | 29.194 | 41.0 | 29.300 | 45.3 | 29.415 |
| 36.8 | 29.196 | 41.1 | 29.302 | 45.4 | 29.418 |
| 36.9 | 29.199 | 41.2 | 29.305 | 45.5 | 29.420 |
| 37.0 | 29.201 | 41.3 | 29.307 | 45.6 | 29.423 |
| 37.1 | 29.203 | 41.4 | 29.310 | 45.7 | 29.426 |
| 37.2 | 29.206 | 41.5 | 29.313 | 45.8 | 29.429 |
| 37.3 | 29.208 | 41.6 | 29.315 | 45.9 | 29.432 |
| 37.4 | 29.211 | 41.7 | 29.318 | 46.0 | 29.434 |
| 37.5 | 29.213 | 41.8 | 29.320 | 46.1 | 29.437 |
| 37.6 | 29.215 | 41.9 | 29.323 | 46.2 | 29.440 |

|      |        |
|------|--------|
| 46.3 | 29.443 |
| 46.4 | 29.446 |
| 46.5 | 29.449 |
| 46.6 | 29.451 |
| 46.7 | 29.454 |
| 46.8 | 29.457 |
| 46.9 | 29.460 |
| 47.0 | 29.463 |
| 47.1 | 29.466 |
| 47.2 | 29.469 |
| 47.3 | 29.471 |
| 47.4 | 29.474 |
| 47.5 | 29.477 |
| 47.6 | 29.480 |
| 47.7 | 29.483 |
| 47.8 | 29.486 |
| 47.9 | 29.489 |
| 48.0 | 29.492 |
| 48.1 | 29.495 |
| 48.2 | 29.498 |
| 48.3 | 29.501 |
| 48.4 | 29.504 |
| 48.5 | 29.506 |
| 48.6 | 29.509 |
| 48.7 | 29.512 |
| 48.8 | 29.515 |
| 48.9 | 29.518 |
| 49.0 | 29.521 |
| 49.1 | 29.524 |
| 49.2 | 29.527 |
| 49.3 | 29.530 |
| 49.4 | 29.533 |
| 49.5 | 29.536 |
| 49.6 | 29.539 |
| 49.7 | 29.542 |
| 49.8 | 29.545 |
| 49.9 | 29.548 |
| 50.0 | 29.551 |



**Tabla de valores de voltajes de compensación para distintas temperaturas (SiPM Hamamatsu). Los valores en rojo son los espectros de comprobación representados en el apartado 5.6**

| Temperatura(°C) | Voltaje(V) |      |        |      |        |
|-----------------|------------|------|--------|------|--------|
| 10.0            | 68.328     | 14.3 | 68.650 | 18.7 | 68.979 |
| 10.1            | 68.335     | 14.4 | 68.657 | 18.8 | 68.986 |
| 10.2            | 68.343     | 14.5 | 68.665 | 18.9 | 68.994 |
| 10.3            | 68.350     | 14.6 | 68.672 | 19.0 | 69.001 |
| 10.4            | 68.358     | 14.7 | 68.680 | 19.1 | 69.009 |
| 10.5            | 68.365     | 14.8 | 68.687 | 19.2 | 69.016 |
| 10.6            | 68.373     | 14.9 | 68.695 | 19.3 | 69.024 |
| 10.7            | 68.380     | 15.0 | 68.702 | 19.4 | 69.031 |
| 10.8            | 68.388     | 15.1 | 68.709 | 19.5 | 69.039 |
| 10.9            | 68.395     | 15.2 | 68.717 | 19.6 | 69.046 |
| 11.0            | 68.403     | 15.3 | 68.724 | 19.7 | 69.054 |
| 11.1            | 68.410     | 15.4 | 68.732 | 19.8 | 69.061 |
| 11.2            | 68.418     | 15.5 | 68.739 | 19.9 | 69.069 |
| 11.3            | 68.425     | 15.6 | 68.747 | 20.0 | 69.076 |
| 11.4            | 68.433     | 15.7 | 68.754 | 20.1 | 69.083 |
| 11.5            | 68.440     | 15.8 | 68.762 | 20.2 | 69.091 |
| 11.6            | 68.448     | 15.9 | 68.769 | 20.3 | 69.098 |
| 11.7            | 68.455     | 16.0 | 68.777 | 20.4 | 69.106 |
| 11.8            | 68.463     | 16.1 | 68.784 | 20.5 | 69.113 |
| 11.9            | 68.470     | 16.2 | 68.792 | 20.6 | 69.121 |
| 12.0            | 68.478     | 16.3 | 68.799 | 20.7 | 69.128 |
| 12.1            | 68.485     | 16.4 | 68.807 | 20.8 | 69.136 |
| 12.2            | 68.493     | 16.5 | 68.814 | 20.9 | 69.143 |
| 12.3            | 68.500     | 16.6 | 68.822 | 21.0 | 69.151 |
| 12.4            | 68.508     | 16.7 | 68.829 | 21.1 | 69.158 |
| 12.5            | 68.515     | 16.8 | 68.837 | 21.2 | 69.166 |
| 12.6            | 68.522     | 16.9 | 68.844 | 21.3 | 69.173 |
| 12.7            | 68.530     | 17.0 | 68.852 | 21.4 | 69.181 |
| 12.8            | 68.537     | 17.1 | 68.859 | 21.5 | 69.188 |
| 12.9            | 68.545     | 17.2 | 68.867 | 21.6 | 69.196 |
| 13.0            | 68.552     | 17.3 | 68.874 | 21.7 | 69.203 |
| 13.1            | 68.560     | 17.4 | 68.882 | 21.8 | 69.211 |
| 13.2            | 68.567     | 17.5 | 68.889 | 21.9 | 69.218 |
| 13.3            | 68.575     | 17.6 | 68.896 | 22.0 | 69.226 |
| 13.4            | 68.582     | 17.7 | 68.904 | 22.1 | 69.233 |
| 13.5            | 68.590     | 17.8 | 68.911 | 22.2 | 69.241 |
| 13.6            | 68.597     | 17.9 | 68.919 | 22.3 | 69.248 |
| 13.7            | 68.605     | 18.0 | 68.926 | 22.4 | 69.256 |
| 13.8            | 68.612     | 18.1 | 68.934 | 22.5 | 69.263 |
| 13.9            | 68.620     | 18.2 | 68.941 | 22.6 | 69.270 |
| 14.0            | 68.627     | 18.3 | 68.949 | 22.7 | 69.278 |
| 14.1            | 68.635     | 18.4 | 68.956 | 22.8 | 69.285 |
| 14.2            | 68.642     | 18.5 | 68.964 | 22.9 | 69.293 |
|                 |            | 18.6 | 68.971 | 23.0 | 69.300 |

|      |        |      |        |      |        |
|------|--------|------|--------|------|--------|
| 23.1 | 69.308 | 28.1 | 69.682 | 33.1 | 70.056 |
| 23.2 | 69.315 | 28.2 | 69.689 | 33.2 | 70.063 |
| 23.3 | 69.323 | 28.3 | 69.697 | 33.3 | 70.071 |
| 23.4 | 69.330 | 28.4 | 69.704 | 33.4 | 70.078 |
| 23.5 | 69.338 | 28.5 | 69.712 | 33.5 | 70.086 |
| 23.6 | 69.345 | 28.6 | 69.719 | 33.6 | 70.093 |
| 23.7 | 69.353 | 28.7 | 69.727 | 33.7 | 70.101 |
| 23.8 | 69.360 | 28.8 | 69.734 | 33.8 | 70.108 |
| 23.9 | 69.368 | 28.9 | 69.742 | 33.9 | 70.116 |
| 24.0 | 69.375 | 29.0 | 69.749 | 34.0 | 70.123 |
| 24.1 | 69.383 | 29.1 | 69.757 | 34.1 | 70.131 |
| 24.2 | 69.390 | 29.2 | 69.764 | 34.2 | 70.138 |
| 24.3 | 69.398 | 29.3 | 69.772 | 34.3 | 70.146 |
| 24.4 | 69.405 | 29.4 | 69.779 | 34.4 | 70.153 |
| 24.5 | 69.413 | 29.5 | 69.787 | 34.5 | 70.161 |
| 24.6 | 69.420 | 29.6 | 69.794 | 34.6 | 70.168 |
| 24.7 | 69.428 | 29.7 | 69.802 | 34.7 | 70.176 |
| 24.8 | 69.435 | 29.8 | 69.809 | 34.8 | 70.183 |
| 24.9 | 69.443 | 29.9 | 69.817 | 34.9 | 70.191 |
| 25.0 | 69.450 | 30.0 | 69.824 | 35.0 | 70.198 |
| 25.1 | 69.457 | 30.1 | 69.831 | 35.1 | 70.205 |
| 25.2 | 69.465 | 30.2 | 69.839 | 35.2 | 70.213 |
| 25.3 | 69.472 | 30.3 | 69.846 | 35.3 | 70.220 |
| 25.4 | 69.480 | 30.4 | 69.854 | 35.4 | 70.228 |
| 25.5 | 69.487 | 30.5 | 69.861 | 35.5 | 70.235 |
| 25.6 | 69.495 | 30.6 | 69.869 | 35.6 | 70.243 |
| 25.7 | 69.502 | 30.7 | 69.876 | 35.7 | 70.250 |
| 25.8 | 69.510 | 30.8 | 69.884 | 35.8 | 70.258 |
| 25.9 | 69.517 | 30.9 | 69.891 | 35.9 | 70.265 |
| 26.0 | 69.525 | 31.0 | 69.899 | 36.0 | 70.273 |
| 26.1 | 69.532 | 31.1 | 69.906 | 36.1 | 70.280 |
| 26.2 | 69.540 | 31.2 | 69.914 | 36.2 | 70.288 |
| 26.3 | 69.547 | 31.3 | 69.921 | 36.3 | 70.295 |
| 26.4 | 69.555 | 31.4 | 69.929 | 36.4 | 70.303 |
| 26.5 | 69.562 | 31.5 | 69.936 | 36.5 | 70.310 |
| 26.6 | 69.570 | 31.6 | 69.944 | 36.6 | 70.318 |
| 26.7 | 69.577 | 31.7 | 69.951 | 36.7 | 70.325 |
| 26.8 | 69.585 | 31.8 | 69.959 | 36.8 | 70.333 |
| 26.9 | 69.592 | 31.9 | 69.966 | 36.9 | 70.340 |
| 27.0 | 69.600 | 32.0 | 69.974 | 37.0 | 70.348 |
| 27.1 | 69.607 | 32.1 | 69.981 | 37.1 | 70.355 |
| 27.2 | 69.615 | 32.2 | 69.989 | 37.2 | 70.363 |
| 27.3 | 69.622 | 32.3 | 69.996 | 37.3 | 70.370 |
| 27.4 | 69.630 | 32.4 | 70.004 | 37.4 | 70.378 |
| 27.5 | 69.637 | 32.5 | 70.011 | 37.5 | 70.385 |
| 27.6 | 69.644 | 32.6 | 70.018 | 37.6 | 70.392 |
| 27.7 | 69.652 | 32.7 | 70.026 | 37.7 | 70.400 |
| 27.8 | 69.659 | 32.8 | 70.033 | 37.8 | 70.407 |
| 27.9 | 69.667 | 32.9 | 70.041 | 37.9 | 70.415 |
| 28.0 | 69.674 | 33.0 | 70.048 | 38.0 | 70.422 |

|      |        |      |        |      |        |
|------|--------|------|--------|------|--------|
| 38.1 | 70.430 | 43.1 | 70.804 | 48.1 | 71.178 |
| 38.2 | 70.437 | 43.2 | 70.811 | 48.2 | 71.185 |
| 38.3 | 70.445 | 43.3 | 70.819 | 48.3 | 71.193 |
| 38.4 | 70.452 | 43.4 | 70.826 | 48.4 | 71.200 |
| 38.5 | 70.460 | 43.5 | 70.834 | 48.5 | 71.208 |
| 38.6 | 70.467 | 43.6 | 70.841 | 48.6 | 71.215 |
| 38.7 | 70.475 | 43.7 | 70.849 | 48.7 | 71.223 |
| 38.8 | 70.482 | 43.8 | 70.856 | 48.8 | 71.230 |
| 38.9 | 70.490 | 43.9 | 70.864 | 48.9 | 71.238 |
| 39.0 | 70.497 | 44.0 | 70.871 | 49.0 | 71.245 |
| 39.1 | 70.505 | 44.1 | 70.879 | 49.1 | 71.253 |
| 39.2 | 70.512 | 44.2 | 70.886 | 49.2 | 71.260 |
| 39.3 | 70.520 | 44.3 | 70.894 | 49.3 | 71.268 |
| 39.4 | 70.527 | 44.4 | 70.901 | 49.4 | 71.275 |
| 39.5 | 70.535 | 44.5 | 70.909 | 49.5 | 71.283 |
| 39.6 | 70.542 | 44.6 | 70.916 | 49.6 | 71.290 |
| 39.7 | 70.550 | 44.7 | 70.924 | 49.7 | 71.298 |
| 39.8 | 70.557 | 44.8 | 70.931 | 49.8 | 71.305 |
| 39.9 | 70.565 | 44.9 | 70.939 | 49.9 | 71.313 |
| 40.0 | 70.572 | 45.0 | 70.946 | 50.0 | 71.320 |
| 40.1 | 70.579 | 45.1 | 70.953 |      |        |
| 40.2 | 70.587 | 45.2 | 70.961 |      |        |
| 40.3 | 70.594 | 45.3 | 70.968 |      |        |
| 40.4 | 70.602 | 45.4 | 70.976 |      |        |
| 40.5 | 70.609 | 45.5 | 70.983 |      |        |
| 40.6 | 70.617 | 45.6 | 70.991 |      |        |
| 40.7 | 70.624 | 45.7 | 70.998 |      |        |
| 40.8 | 70.632 | 45.8 | 71.006 |      |        |
| 40.9 | 70.639 | 45.9 | 71.013 |      |        |
| 41.0 | 70.647 | 46.0 | 71.021 |      |        |
| 41.1 | 70.654 | 46.1 | 71.028 |      |        |
| 41.2 | 70.662 | 46.2 | 71.036 |      |        |
| 41.3 | 70.669 | 46.3 | 71.043 |      |        |
| 41.4 | 70.677 | 46.4 | 71.051 |      |        |
| 41.5 | 70.684 | 46.5 | 71.058 |      |        |
| 41.6 | 70.692 | 46.6 | 71.066 |      |        |
| 41.7 | 70.699 | 46.7 | 71.073 |      |        |
| 41.8 | 70.707 | 46.8 | 71.081 |      |        |
| 41.9 | 70.714 | 46.9 | 71.088 |      |        |
| 42.0 | 70.722 | 47.0 | 71.096 |      |        |
| 42.1 | 70.729 | 47.1 | 71.103 |      |        |
| 42.2 | 70.737 | 47.2 | 71.111 |      |        |
| 42.3 | 70.744 | 47.3 | 71.118 |      |        |
| 42.4 | 70.752 | 47.4 | 71.126 |      |        |
| 42.5 | 70.759 | 47.5 | 71.133 |      |        |
| 42.6 | 70.766 | 47.6 | 71.140 |      |        |
| 42.7 | 70.774 | 47.7 | 71.148 |      |        |
| 42.8 | 70.781 | 47.8 | 71.155 |      |        |
| 42.9 | 70.789 | 47.9 | 71.163 |      |        |
| 43.0 | 70.796 | 48.0 | 71.170 |      |        |